

## Informationen zum Referenten

**BSc ZFH**  
**Jonas Krüsi**



### **Aktuelle Position**

Wissenschaftlicher Assistent  
Institut für Mechatronische Systeme IMS, Winterthur, Schweiz  
<http://www.ims.zhaw.ch>  
[jonas.kruesi@zhaw.ch](mailto:jonas.kruesi@zhaw.ch)

### **Ausbildung**

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Winterthur, Schweiz

- Bachelor of Science ZFH in Systemtechnik / Mechatronik (2009 – 2012)

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Zürich, Schweiz

- Master of Science ZFH in Industrial Technologies (seit 2012)

### **Berufliche Meilensteine**

SFS services AG, Heerbrugg, Schweiz

- Informatiker, Netzwerk- und Systemspezialist

# Roboterassistierte Single-Cut-Osteotomie

BSc ZFH Jonas Krüsi, Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

Prof. Dr. med. Peter Messmer, Universität Leuven

Dr. sc. techn. Joachim Wirth, Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

## Zusammenfassung

Bei der Behandlung von Frakturen langer Röhrenknochen in Arm und Bein müssen die Fragmente richtig positioniert werden, damit nach der Operation die Achse des Knochens und seine Länge mit der Situation vor der Fraktur übereinstimmen. Besonders beim Bein ist dies wichtig; so kann z. B. eine Längendifferenz beider Beine von ca. 1 cm dazu führen, dass der Patient lebenslang spezielle Schuhe benötigt, um Folgeschäden wie die ungleichmässige Belastung der Hüfte mit daraus resultierenden Fehlstellungen von Hüfte und Wirbelsäule zu vermeiden.

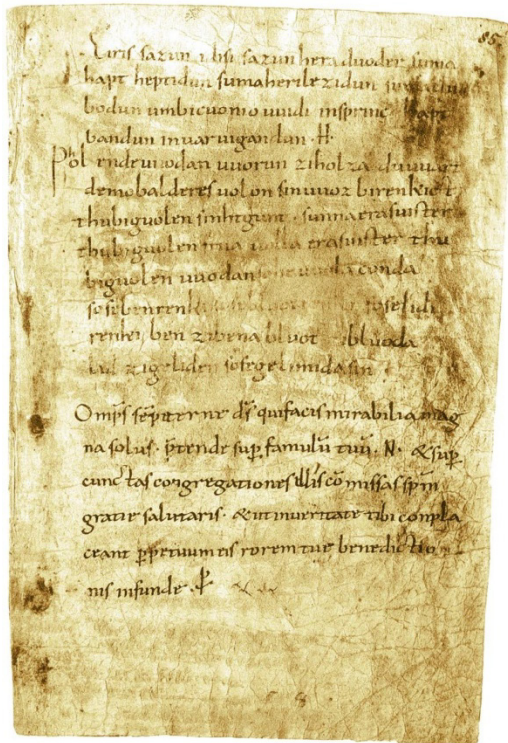
In der modernen Unfallchirurgie empfiehlt sich ausserdem ein minimal invasives Operieren. Umfangreiches Freipräparieren der Knochen ist möglichst zu vermeiden, da der Knochen vom umgebenden Gewebe versorgt wird, und diese Versorgung für einen schnellen Heilungsprozess sehr wichtig ist.

Ist trotz sorgfältig ausgeführter Operation ein Knochen nicht korrekt zusammengewachsen, so dass seine Länge nicht mehr stimmt oder die Achsen der Fragmente nicht richtig zueinander orientiert sind, werden aufwendige Nachoperationen erforderlich. Als Fallbeispiel wird im Rahmen dieser Arbeit ein schief zusammengewachsener Oberschenkelknochen untersucht. Bei sorgfältiger Planung der Nachoperation ist es in vielen Fällen möglich, den Knochen mit einem einzigen ebenen Schnitt (Single Cut) wieder in zwei Fragmente zu zerteilen (Osteotomie). Rotiert man danach beide Fragmente längs der Schnittebene gegeneinander, stellt sich in einem bestimmten Winkel die korrekte Achse und die korrekte Länge des Knochens ein. Bisher wird die entsprechende präoperative Planung vom Chirurgen auf der Basis von sorgfältig orientierten Röntgenbildern mit Bleistift und Papier vorgenommen. Aus der Planung werden Messgrössen berechnet, die während der Operation zur Überprüfung der Orientierung verwendet werden.

Für den Chirurgen wäre es angenehmer, die Planung im virtuellen, dreidimensionalen Raum vorzunehmen. Daher haben die Autoren ein 3D-Planungstool entwickelt, das den Chirurgen bei der räumlichen Festlegung der im Allgemeinen schräg liegenden Schnittebene unterstützt. Das Planungstool wurde bereits um einen ersten Prototypen einer robotisch unterstützten Osteotomie mit anschliessender Reponierung erweitert. Der dabei verwendete Roboter verfügt über Kraftmesssensoren in den Antrieben, welche die von ihm ausgeübten Kräfte überwachen und auf diese Weise einen sicheren Einsatz des Roboters gewährleisten, wenn sich Menschen in seinem Arbeitsraum befinden. In der Zukunft sollen die Ergebnisse in präklinischen Studien verbessert werden mit dem Ziel, dem Chirurgen ein neuartiges Werkzeug für die Single-Cut-Osteotomie in die Hand zu geben.

## Problemstellung

Bei der Behandlung von Knochenbrüchen war bereits in früheren Zeiten das korrekte Zusammenfügen der Fragmente ein schwieriges Problem. In Ermangelung chirurgischer Operationstechniken kam dabei Magie zur Anwendung. So ist im zweiten Merseburger Zauberspruch (nachfolgend sowohl in althochdeutscher Sprache als auch in hochdeutscher Übersetzung wiedergegeben) davon die Rede, wie die Fraktur eines Pferdebeines geheilt werden soll:



Phôl ende Wuodan fuorun zi holza.  
dû wart demo balderes folon sîn fuoz birenkit.  
thû biguol en Sinthgunt, Sunna era swister;  
thû biguol en Frîja, Folla era swister;  
thû biguol en Wuodan, sô hê wola conda:  
sôse bênrenki, sôse bluotrenki,  
sôse lidirenki:  
bên zi bêna, bluot zi bluoda,  
lid zi geliden, sôse gefîmida sîn.

Phol und Wodan begaben sich in den Wald.  
Da wurde dem Fohlen des Balders sein Fuss verrenkt.  
Da besprach ihn Sinthgunt, die Schwester der Sunna.  
Da besprach ihn Frija, die Schwester der Volla.  
Da besprach ihn Wodan, wie er es wohl konnte.  
So Beinrenkung, so Blutrenkung,  
so Gliedrenkung:  
Bein zu Bein, Blut zu Blut,  
Glied zu Glied, wie wenn sie gelemmt wären.

Abbildung 1: Zweiter Merseburger Zauberspruch aus einer theologischen Handschrift des 9./10. Jahrhunderts [Wiki13]

Glücklicherweise verfügen wir heute über fortgeschrittenere medizinische Verfahren zur Reponierung gebrochener Knochen. Jedoch kann es trotz aller modernen Operationsverfahren zuweilen vorkommen, dass die Fragmente einer Fraktur nicht korrekt, d. h. in einem falschen Winkel oder in falscher Länge, zusammenwachsen. Ein Beispiel dafür ist die falsch verheilte Fraktur des Oberschenkelknochens (lateinisch Femur). In der Abbildung 2 ist ganz links und ganz rechts jeweils ein Modell des Femur aus Kunststoff zu sehen. An solchen Kunststoffmodellen können Ärzte verschiedene chirurgische Eingriffe üben. Links und rechts der Mitte in Abbildung 2 sind Computermodelle von linkem Femur zu sehen, welche auf der Basis digitalisierter Daten erstellt wurden. In der chirurgischen Praxis werden solche Modelle aus Computertomogrammdaten oder aus Röntgenbildern, die in unterschiedlicher Orientierung aufgenommen werden, erstellt.

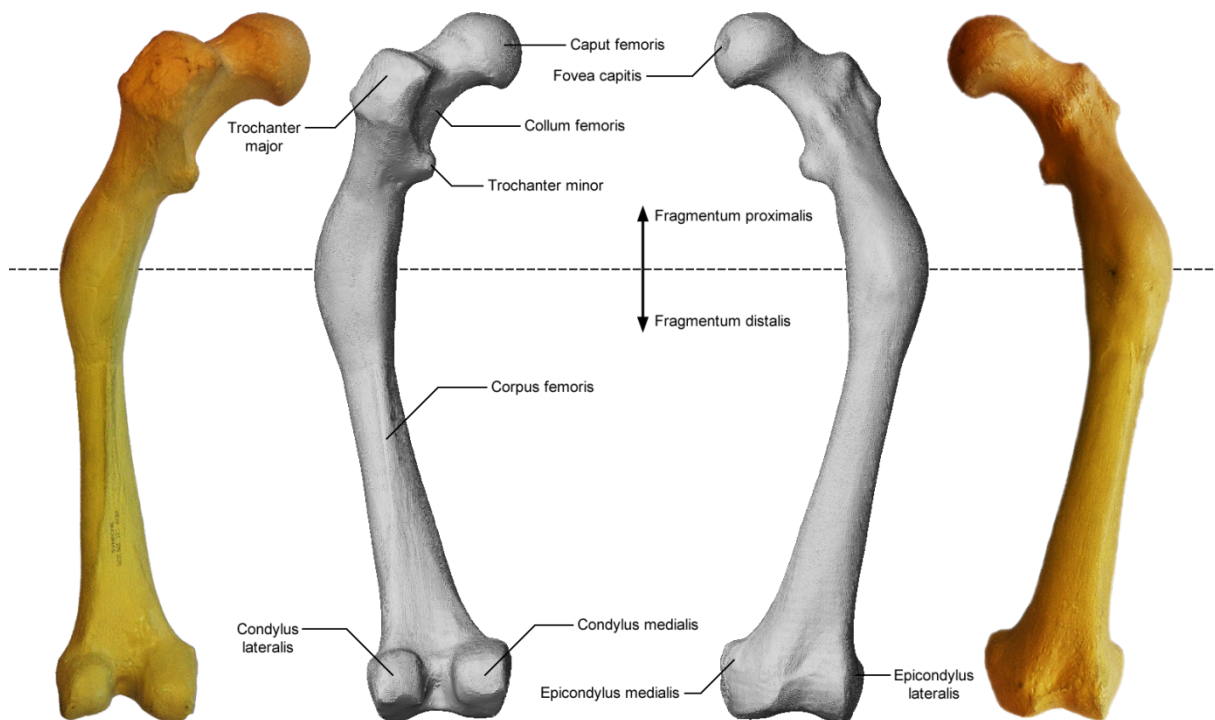


Abbildung 2: Modellknochen aus Kunststoff und Digitalisierung

Auf der Basis des digitalen Modells eines Femur wird eine Operation geplant, bei der die nicht korrekt zusammengewachsenen Fragmente mittels eines einzelnen ebenen Schnitts (Single-Cut-Osteotomie; von osteon, altgriechisch ὀστέον, Knochen; und tomä, altgriechisch τομή, Schnitt) getrennt, korrekt wieder aneinandergesetzt und mit geeigneten Implantaten (Platten und Schrauben) fixiert werden, damit sie zusammenwachsen können und der Femur in seiner ursprünglichen Form und Länge wiederhergestellt ist. In der Fachsprache bezeichnet man diesen Vorgang als Osteosynthese (von osteon, s. o. und Synthesis, altgriechisch σύνθεσις, Zusammensetzung).

## Stand der Technik

Bisher plant der Chirurg seine Operation auf der Basis sorgfältig orientierter Röntgenbilder mit Bleistift und Papier. Bei der Variante nach L. Gürke, W. Strecker und S. Martinoli [Gürk99] wird die Abweichung des dem Körper zugewandten (proximalen; von lateinisch proximus, der Nächste) Knochenfragmentes von der korrekten anatomischen Lage in einem 3D-Koordinatensystem gemessen. Dieses Koordinatensystem hat seinen Ursprung im Deformationszentrum, d. h. demjenigen Punkt, in dem die Längsachsen von proximalem und distalem (weiter vom Körper entfernten, von lateinisch distare, sich entfernen) Fragment aufeinandertreffen. Seine Orientierung wird von Frontal-, Sagittal- und Transversalebene bestimmt. Eine Frontalebene ist ein Schnitt durch den Körper parallel zur Stirn (lateinisch frons), eine Sagittalebene durchdringt den Körper von vorn nach hinten wie ein Pfeil (lateinisch sagitta), und eine Transversalebene ist senkrecht zur Längsachse des Körpers (also horizontal beim aufrecht stehenden Menschen) angeordnet. Aus den gemessenen Abwei-

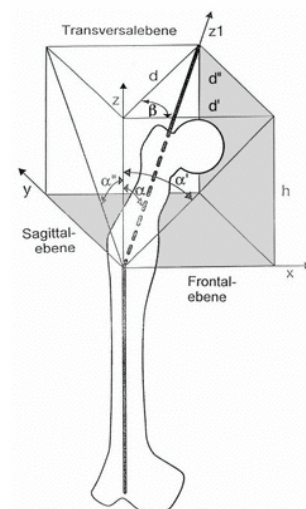


Abbildung 3: Planung einer Single-Cut-Osteotomie nach Gürke et al.

chungen werden Winkel abgeleitet, die sich während des chirurgischen Eingriffs leicht nachmessen lassen und so zur korrekten Lage der Schnittebene und zur anschließenden Reponierung führen.

Bereits in den frühen 1960er Jahren wurden erste Schritte für eine einzige Osteotomie von Merle d'Aubigné [Merl61] vorgeschlagen. Der Ansatz dabei ist die Berechnung der Schnittebene mittels Methoden aus der Vektorgeometrie. Die präoperative Planung ist jedoch nicht computergestützt und kann nicht visuell und intuitiv am Bildschirm vorgenommen werden. Für den Chirurgen ist die Verwendung moderner Computertechnik zur Planung im virtuellen, dreidimensionalen Raum angenehmer als die Verwendung zweidimensionaler Planung mit Bleistift und Papier, bei der er sich die Vorstellung der dreidimensionalen Situation in seinem Kopf erst mühsam erarbeiten muss. Zusätzlich kann er im Rahmen einer computergestützten 3D-Planung die Darstellung der korrekt reponierten Knochenfragmente direkt visuell überprüfen.

## Ziel

Die Autoren haben sich das Ziel gesetzt, ein 3D-Planungswerkzeug zu entwickeln, welches dem Chirurgen eine einfache und intuitive Planung der Single-Cut-Osteotomie des Femur ermöglicht. Der deformierte Femur wird graphisch dargestellt. Er kann beliebig gedreht und so von allen Seiten betrachtet werden. Auf beiden Fragmenten lassen sich nun anatomisch relevante Achsen definieren, welche die Lage der beiden Fragmente zueinander bestimmen. Aus diesen Informationen berechnet das Planungswerkzeug Schnittebene und Drehwinkel zur Neupositionierung der Fragmente, so dass die anatomischen Achsen korrekt zueinander liegen.

An einem Modellknochen wird die geplante Operation dann roboterassistiert ausgeführt. Der Modellknochen wird von einer Haltevorrichtung fixiert. Längs der geplanten Schnittebene wird der Knochen in zwei Fragmente zerteilt. Die Säge wird dabei vom Roboter geführt. Nach dem Zerteilen greift der Roboter das distale Fragment und dreht es um den bei der Planung berechneten Winkel. Dabei gleiten die Schnittflächen beider Fragmente aufeinander. Nach der Reponierung werden die beiden Fragmente durch Platten und Schrauben fixiert.

## Methoden

### Digitalisierung des Knochens mit David Laserscanner

Als Basis für die präoperative Planung dient ein genaues 3D-Modell des Knochens. Dieses kann man aus einem Computertomogramm (CT) oder aus verschiedenen genau orientierten Röntgenaufnahmen ableiten. Da im Rahmen dieser Arbeit weder CT-Daten noch Röntgenbilder zur Verfügung standen, wurde ein Modell eines schief zusammengewachsenen Femur verwendet. Ein Modellknochen wurde mit Hilfe eines Laserscanners (David SLS-1, [www.david-laserscanner.com](http://www.david-laserscanner.com)) digitalisiert. Dieser Scanner projiziert eine Folge unterschiedlicher Streifenmuster auf das Objekt. Eine Kamera, welche sich räumlich getrennt vom Projektor befindet, nimmt von jedem projizierten Muster ein Bild auf. In diesem Bild erscheinen die Streifenmuster durch die Projektion auf das zu erfassende Objekt deformiert, und aus der Deformationen sowie der relativen Orientierung von Projektor und Kamera, welche durch einen Kalibrierungsprozess bestimmt wird, berechnet der Scanner eine Menge von Messpunkten auf einem Teil der Oberfläche des Objektes, eine sogenannte (Teil-) Punktwolke. Durch Drehung des Objektes relativ zum Scanner werden so viele weitere Teilpunktwolken erfasst, bis die gesamte Oberfläche des Objektes überdeckt ist. Mit Hilfe einer zum Scanner gehörenden Software lassen sich alle Teilpunktwolken zu einer einzigen Punktwolke zusammensetzen. Diese beschreibt die Oberfläche des gesamten Objektes und lässt sich in Form einer STL-Datei, die aus diversen Rapid-Prototyping-Verfahren bekannt ist, abspeichern.

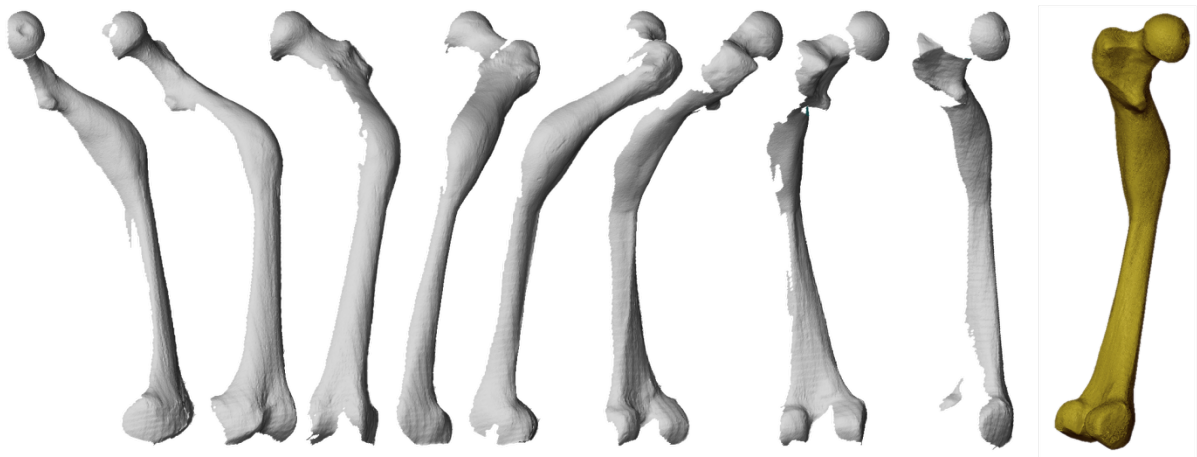


Abbildung 4: Digitalisierung des Modellknochens: Flächen aus Einzelpunktwolken und gesamte Geometrie

### Visualisierung des gescannten Knochens

Grundlage jeder professionellen Planungssoftware ist die Visualisierung der entsprechenden Geometriemodelle, hier des Knochens und seiner Fragmente. In dieser Hinsicht ist die Planungssoftware einem CAD-Programm ähnlich, und wie in einem CAD-Programm sind folgende Grundfunktionen implementiert:

- Rotation des Knochens
  - beliebige Definition des Drehzentrums, insbesondere durch Projektion auf den Knochen
  - Ausführung der Drehung durch Ziehen mit der Maus
- Translation des Knochens
  - ebenfalls durch Ziehen mit der Maus
- Detailansicht von Teilen des Knochens
  - Skalieren durch Drehen des Mauseaders, Zentrum der Streckung ist die Position des Mauszeigers
  - Festlegen eines Bildausschnitts durch Ziehen mit der Maus, der gewählte Bildausschnitt wird bildschirmfüllend angezeigt
- Definition einer sogenannten Clipping Plane
  - temporäres „Aufschneiden“
  - zur Inspektion innerer Strukturen

## Festlegen von Punkten und Achsen

Die Planung der Osteotomie erfolgt durch Festlegen verschiedener Achsen durch die Fragmente des Femur. Diese Arbeit wird vom Chirurgen auf der Basis seines ärztlichen Wissens vorgenommen. Das Planungswerkzeug unterstützt ihn dabei, indem es eine intuitive Festlegung der Achsen ermöglicht.

- Definition einzelner Punkte
  - Das virtuelle Modell des Femur wird relativ zum Bildschirm positioniert.
  - Ein Mausklick definiert einen Punkt auf der Bildschirmoberfläche.
  - Eine Gerade durch einen definierten Punkt senkrecht zur Bildschirmoberfläche schneidet die Geometrie des Femur in einem oder mehreren Punkten.
  - Der Punkt, welcher dem Betrachter am nächsten liegt, wird durch eine kleine Kugel sichtbar gemacht.
- Definition von Achsen
  - Zwei aufeinanderfolgend definierte Punkte legen als Anfangs- und Endpunkt einen Vektor fest.
  - Der Vektor wird als Pfeil dargestellt.

## Chirurgische Planung

Die Fehlstellung des betrachteten Femurs besteht einerseits aus einem Knick der Femurachse und andererseits aus einer Torsion des distalen Fragmentes. Beide Fehlstellungen müssen in einem einzigen Schritt korrigiert werden. Dazu legt der Chirurg mit seinem anatomischen Wissen sowohl auf dem proximalen als auch auf dem distalen Fragment folgende Achsen fest (anatomische Bezeichnungen aus [BeLe78]):

- Achsen des proximalen Fragments
  - Achse entlang des Femurhalses (Collum femoris)
    - vom grossen Rollhügel (Trochanter major)
    - zum Femurkopf (Caput femoris)
  - Achse entlang des Femurschafts (Corpus femoris)
    - vom Mittelpunkt eines Transversalschnitts durch den Corpus femoris
    - zu einem Punkt oben auf dem Femurhals (Collum femoris)
- Achsen des distalen Fragments
  - Achse entlang der Drehachse des Kniegelenks
    - von der äusseren Kondyle (Condylus lateralis)
    - zur inneren Kondyle (Condylus medialis)
  - Achse entlang des Femurschafts
    - vom Mittelpunkt eines Transversalschnitts durch den Corpus femoris
    - zu einem Punkt ventral (vorn, bauchwärts, von lateinisch venter, der Bauch) in der Mitte der Grube zwischen den Kondylen (Fossa intercondylaris)

Die jeweils zwei Achsen auf proximalem und distalem Fragment legen zwei Koordinatensysteme fest, welche die (Ist-) Orientierung beider Fragmente beschreiben. Diese Orientierung wird mit der anatomisch korrekten (Soll-) Orientierung verglichen. Aus der Differenz berechnet das Planungswerkzeug automatisch die Schnittebene für die Single-Cut-Osteotomie sowie den Drehwinkel für die korrekte Reponierung.

### Definition des Koordinatensystems auf dem proximalen Fragment

Der Knochen wird im Planungstool so gedreht und skaliert, dass das Setzen der Punkte möglichst genau erfolgen kann. Zur Definition der Achse durch den Femurhals setzt man zuerst den Punkt leicht unterhalb des Trochanter major (Abbildung 5 links), dann nach erneutem Drehen den Punkt leicht oberhalb der Vertiefung im Kopf (Fovea capitis femoris, Abbildung 5 Mitte). Sobald dieser zweite Punkt gesetzt ist, wird automatisch der resultierende Vektor eingezeichnet (Abbildung 5 rechts).

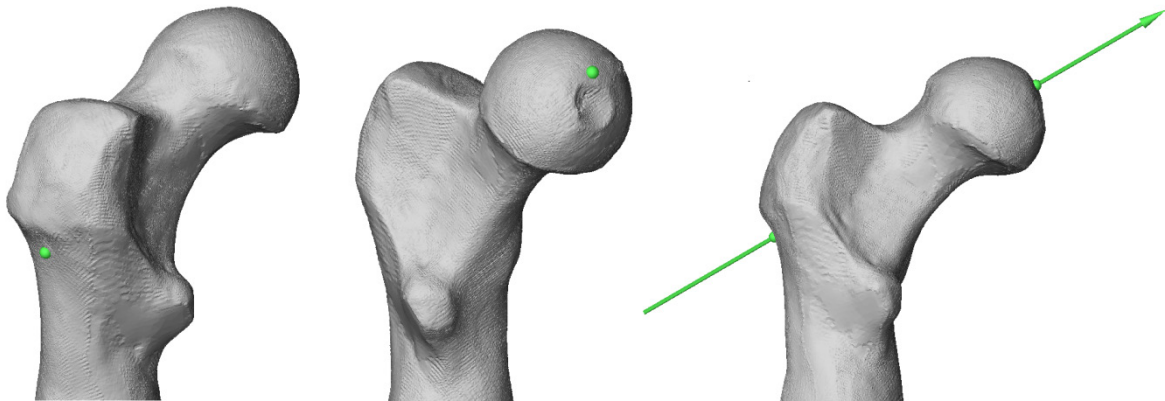


Abbildung 5: 3D-Planung (1): Definition der Achse durch den Femurhals

Die Definition der Achse durch den proximalen Schaft ist ein klein wenig komplizierter. Da sich innerhalb der Deformationszone, in der sich die Schäfte beider Fragmente treffen, ein Mittelpunkt nur schwer definieren lässt, stellt man den Knochen temporär aufgeschnitten dar. Dadurch lässt sich ein Punkt im Inneren des Femur festlegen (Abbildung 6 links).

Der erste Punkt der Achse des proximalen Femurschafts wird in der Mitte des Schnittes festgelegt und auf die dahinterliegende Grenzfläche des Knochens projiziert. Der zweite Punkt wird wie üblich auf dem Femurhals gesetzt (Abbildung 6 Mitte). Die von beiden Punkten definierte Achse verläuft innerhalb des proximalen Femurfragments, wobei die Richtung des Pfeiles immer zum Körper (median) zeigen muss.

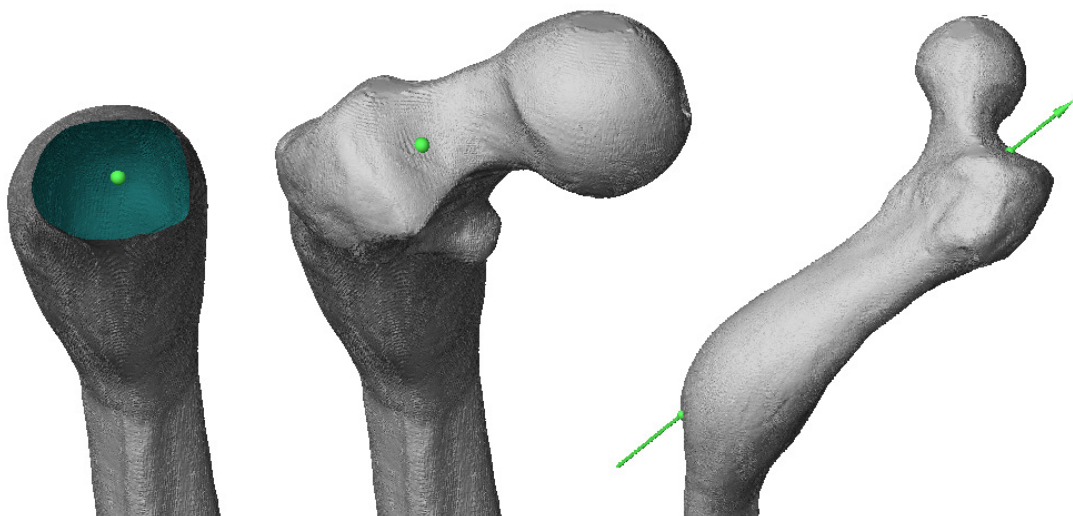


Abbildung 6: 3D-Planung (2): Definition der Achse durch den Schaft des proximalen Fragments

Aus beiden gerade definierten Achsen wird nun das lokale Koordinatensystem des proximalen Fragments berechnet. Die Achse durch den Knochenschaft wird normiert und ist die z-Achse des Koordinatensystems (Abbildung 7, blau). Ein Vektor, der zu beiden Achsen senkrecht steht und nach ventral weist, wird normiert und dient als y-Achse (Abbildung 7, grün).

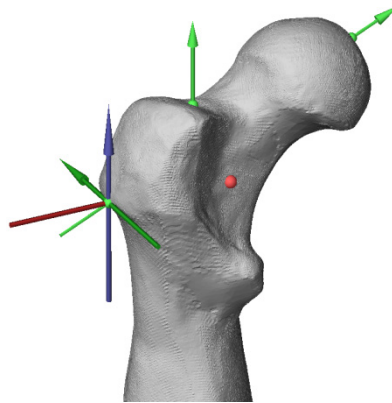


Abbildung 7: 3D-Planung (3): Koordinatensystem des proximalen Fragments

Die x-Achse ergibt sich durch Berechnung eines Vektorproduktes (Abbildung 7, rot). Zur Verifikation der Orientierung wird nach dem Zeichnen der zweiten Achse das berechnete Koordinatensystem automatisch angezeigt

#### Definition des Koordinatensystems auf dem distalen Fragment

Die Definition des distalen Fragments verläuft sehr ähnlich wie die Definition des proximalen Fragments. Die Bestimmung der Achse entlang der beiden Kondylen erfolgt nach der gleichen Methode. Dabei wird zuerst der laterale und anschliessend der mediale Punkt definiert (Abbildung 8 links und Mitte). Dabei spielt nur die Richtung des Vektors eine Rolle und nicht seine genaue Position. Dementsprechend kann diese Achse problemlos auf der Knochenoberfläche definiert werden. Der resultierende Vektor (Abbildung 8 rechts) muss wie auch schon beim proximalen Teil in mediale Richtung zeigen.

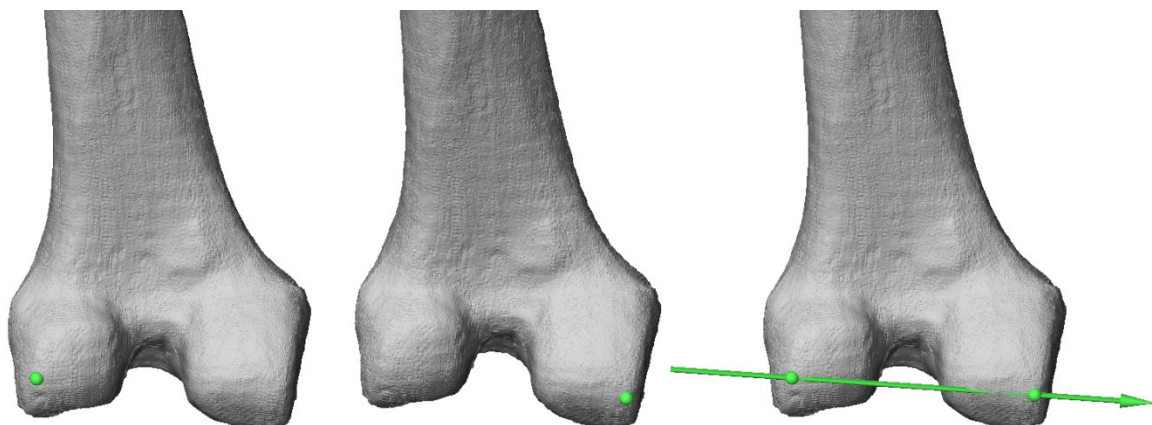


Abbildung 8: 3D-Planung (4): Definition der Achse durch die Kondylen des distalen Fragments

Die vierte und letzte Achse, welche wie beim proximalen Teil innerhalb des Knochens verläuft, wird wiederum mit der Schnittmethode gezeichnet. Die Punktdefinition muss jedoch in umgekehrter Reihenfolge verlaufen, damit der Pfeil in proximale Richtung zeigt. Somit wird der erste Punkt zwischen den beiden Kondylen definiert. Mittels Schnittmethode kann in den Knochen hineingeblickt und am Austrittsende der Knochenkörpers der zweite Punkt gesetzt werden.

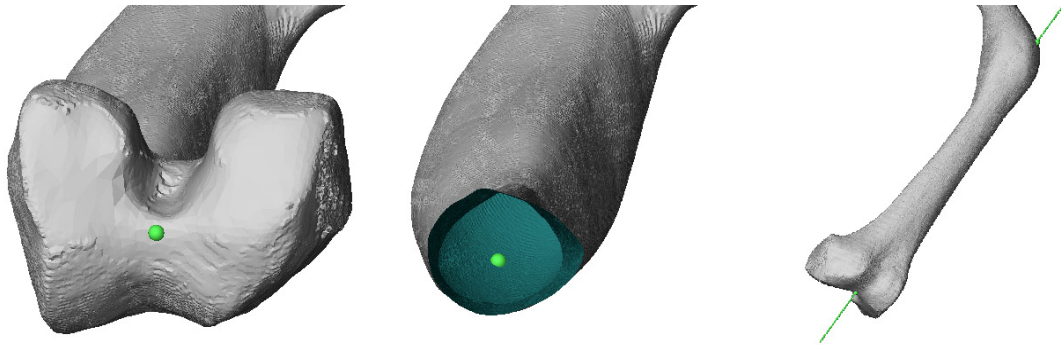


Abbildung 9: 3D-Planung (5): Definition der Achse durch den Schaft des distalen Fragments

Das daraus entstehende Koordinatensystem wird an der Stelle des ersten Punktes des distalen Fragments gesetzt. Aufgrund der beiden gesetzten Vektoren verläuft die z-Achse entlang des Knochenkörpers in proximale Richtung (Abbildung 10, blau) und die x-Achse entlang der beiden Kondylen (Abbildung 10, rot). Aus beiden Vektoren ergibt sich die y-Achse (Abbildung 10, grün) durch Berechnung eines Vektorproduktes.

Nach erfolgreicher Reponierung müssen die z-Achsen der Koordinatensysteme des proximalen und des distalen Fragments parallel sein. Werden danach die x-Achsen auf eine Ebene senkrecht zur gemeinsamen z-Achse projiziert, müssen ihre Projektionen einen bestimmten Winkel, den sogenannten Antetorsionswinkel, einschließen. Dies ist bei der Planung zu berücksichtigen.

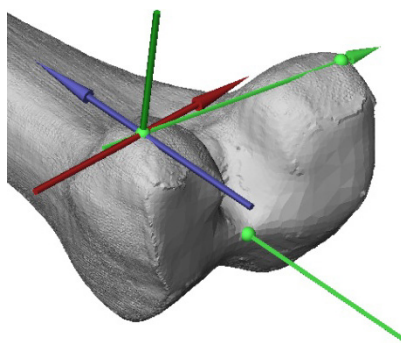


Abbildung 10: 3D-Planung (6): Koordinatensystem des distalen Fragments

### Automatische Berechnung von Schnittebene und Drehzentrum

Aus den beiden entstandenen Koordinatensystemen werden mit Hilfe linearer Algebra und Numerik die folgenden Schritte berechnet:

- Mittelpunkt der Deformation (Drehzentrum)
- Orientierung beider Fragmente
- Drehung des distalen Fragments zur Reponierung (inkl. Antetorsion)
- Drehachse, Schnittebene und Drehwinkel zur Korrektur des deformierten Femur

Im Allgemeinen sind die Achsen in den Schäften beider Fragmente windschief; sie haben also keinen Schnittpunkt. Jedoch lässt sich der Abstand zweier windschiefer Geraden berechnen. Er ist die Länge einer Strecke, welche auf beiden Geraden senkrecht steht (das gemeinsame Lot beider Geraden). Das Zentrum der Deformation wird deshalb als Mittelpunkt dieses Lotes definiert (Abbildung 11), weil es von beiden Geraden gleich weit entfernt ist. Schneiden sich die Geraden, ist der Abstand Null und der Schnittpunkt definiert das Zentrum der Deformation.

Die Berechnung des Lotmittelpunktes läuft nach Anwendung von Methoden der elementaren linearen Algebra auf die Lösung eines 3x3-Gleichungssystems hinaus. Diese erfolgt mittels der *Cramerschen Regel*<sup>1</sup>.

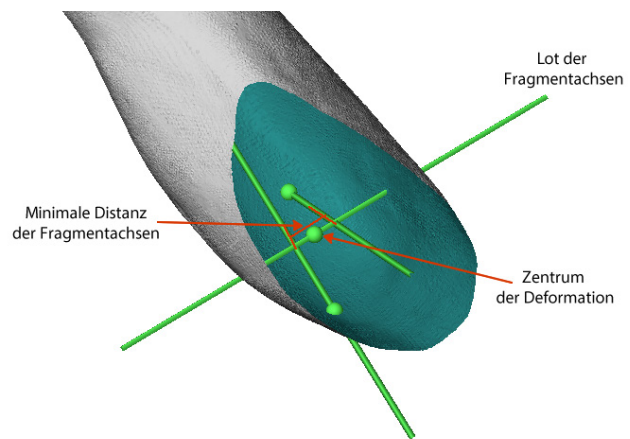


Abbildung 11: Zentrum der Deformation

Die Orientierungen von proximalem und distalem Fragment werden durch orthogonale Matrizen beschrieben. Die orthogonalen Matrizen definieren die Drehungen, welche die Fragmente aus einer Ursprungslage mit Koordinatenachsen parallel zu den Achsen des globalen Koordinatensystems in ihre aktuelle Lage überführen. Die Spaltenvektoren dieser Matrizen sind die Einheitsvektoren in x-, y- und z-Richtung der lokalen Koordinatensysteme beider Fragmente. Um die Orientierung des distalen Fragments in diejenige des proximalen zu überführen, werden beide Rotationsmatrizen miteinander verknüpft. Dabei muss der Antetorsionswinkel berücksichtigt werden.

<sup>1</sup> Cramersche Regel: Math. Formel zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit Hilfe der Determinanten

$P \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Orientierung proximal
$D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Orientierung distal
$A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$	Drehung um z-Achse, Drehwinkel = Antetorsionswinkel
$R = P \cdot A \cdot D^{-1}$	Überführende Rotationsmatrix

Die Matrix  $R$  beschreibt, wie das distale Fragment im Raum gedreht werden muss, damit sein Koordinatensystem danach mit dem des proximalen Fragmentes übereinstimmt. Wie bestimmt man nun aus dieser Rotationsmatrix Drehachse und Drehwinkel? Bei Drehungen werden alle Punkte der Drehachse auf sich selbst abgebildet. Ist also  $x$  ein Punkt auf der Drehachse, so gilt

$$R \cdot x = x.$$

Vergleicht man diese Gleichung mit derjenigen zur Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren

$$R \cdot x = \lambda \cdot x$$

so erkennt man, dass jeder Punkt auf der Drehachse Eigenvektor der Rotationsmatrix zum Eigenwert 1 ist. Zur Bestimmung des Eigenvektors verwendet man mit Vorteil die *inverse Iteration nach Wielandt*. Dieses Verfahren konvergiert sehr schnell und eignet sich gut zur Bestimmung der Drehachse.

Mit der erhaltenen Drehachse können nun einfach die restlichen benötigten Werte berechnet werden. Einerseits ist die Schnittebene parallel zum Orthogonalraum zur Drehachse. Sie enthält das Drehzentrum und alle in ihr liegenden Vektoren sind senkrecht zur Drehachse. Zur Berechnung des Drehwinkels nimmt man einen beliebigen Vektor  $u$  aus dem Orthogonalraum und transformiert ihn mit Hilfe der Rotationsmatrix. Der so entstehende Vektor  $v$  ist das Bild von  $u$  unter der Rotation und liegt ebenfalls im Orthogonalraum. Daher ist der Drehwinkel exakt der Winkel zwischen den Vektoren  $u$  und  $v$ ; sein Kosinus kann durch ein Skalarprodukt berechnet werden. Zur Berechnung seines Drehsinns (positiv oder negativ, entspricht dem Vorzeichen des Winkels) betrachtet man die Determinante aus  $u$ ,  $v$  und der Drehachse. Ist diese positiv (bzw. negativ), so ist auch der Drehwinkel positiv (bzw. negativ).

```
// Rotationsmatrix - 2 * Einheitsmatrix
rotMat = rotMat - id - id;
// Startvektor für das Iterationsverfahren
Vec3D startVec = Vec3D(1,1,1);
// Definition des Eigenvektors vor dem
// Verfahren
Vec3D eigVec = Vec3D(0,0,0);
// Festlegen der Genauigkeit
double eps = 1e-15;

while (true)
{
// Multiplikation der neg. inversen
// Rotationsmatrix mit dem Startvektor
eigVec = -rotMat.inv() * startVec;
// Normierung des erhaltenen Vektors
eigVec = normalized(eigVec);
// Sobald die Norm des Startvektor
// minus Eigenvektor <= Genauigkeit
if (norm(startVec - eigVec) <= eps)
// Verfahren abbrechen
break;
// Ansonsten: erhaltener Vektor als
// Startvektor verwenden
startVec = eigVec;
}
```

Abbildung 12: Codeausschnitt  
„inverse Iteration nach Wielandt“

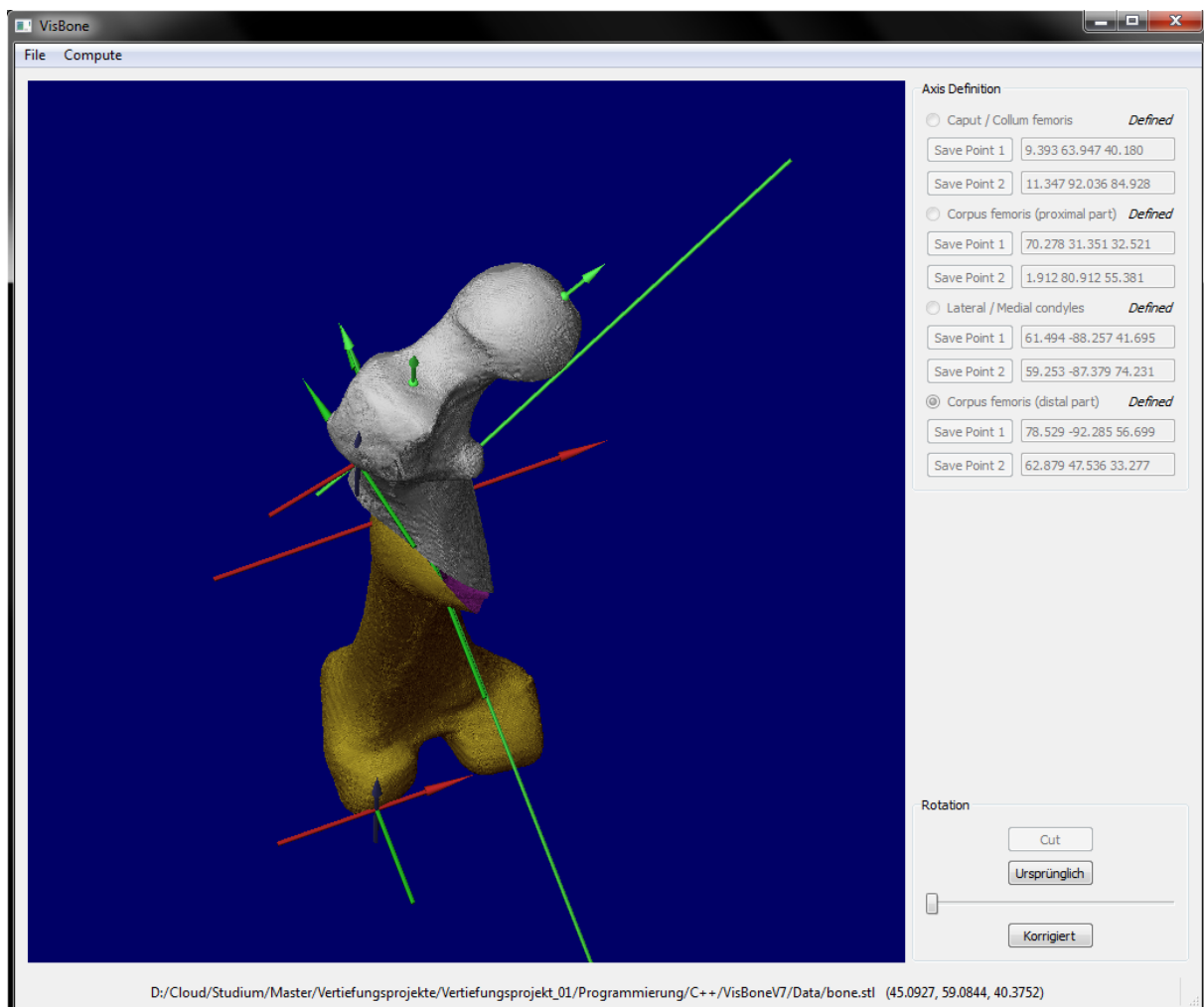


Abbildung 13: Ergebnis von Osteotomie und anschließender Reposition

## Diskussion

Die Autoren stellen ein interaktives Planungswerkzeug für Single-Cut-Osteotomien am Oberschenkelknochen (Femur) vor. Das Tool liest 3D-Geometrien in Form von STL-Files, welche im Rapid-Prototyping Anwendung finden, ein und stellt die Geometrien graphisch dar. Durch Drehungen, Verschiebungen und Skalierungen lassen sich die Geometrien aus jeder Richtung ansehen. Die Definition einer sogenannten Clipping-Plane gestattet, ins Innere der Knochen zu blicken.

Auf Basis der graphischen Darstellung kann der Chirurg Punkte auf der Knochenoberfläche und im Inneren der Knochen definieren. Jeweils zwei dieser Punkte bilden eine orientierte Achse, jeweils zwei Achsen definieren ein Koordinatensystem. Werden sowohl proximales als auch distales Fragment mit einem solchen Koordinatensystem versehen, lässt sich unter Berücksichtigung des anatomisch richtigen Antetorsionswinkels automatisch eine Abbildung berechnen, welche das distale Fragment an seine anatomisch richtige Position transformiert. Aus dieser Abbildung können durch Lösen eines Eigenwertproblems und zusätzliche elementare Berechnungen aus der linearen Algebra die Schnittebene für eine Single-Cut-Osteotomie und der Drehwinkel für die Reponierung berechnet werden.

---

Eine roboterassistierte Ausführung der Osteotomie mit anschließender Reponierung im Sinne eines Prototypen ist für die nächste Zukunft geplant und wird im Rahmen des Internationalen Forums Mechatronik präsentiert werden.

Danach sind folgende Ergänzungen und Erweiterungen geplant:

### **Planungswerkzeug**

- Tauglichkeit für Anwendung durch den Chirurgen im Operationssaal  
Ist diese Form von Planung für den Chirurgen nützlich? Welche Wünsche des Chirurgen können in das Planungstool integriert werden?  
Wie lässt sich das System mit den bestehenden Instrumenten im Operationssaal verbinden, um intraoperativ genaue Positionsbestimmungen vornehmen zu können?
- Ableitung der Funktionalität für die Planung anderer chirurgischer Eingriffe  
Gibt es andere Operationen, bei denen der Ansatz dieser Planung von Nutzen sein könnte?  
Welche Punkte müssten angepasst, verbessert oder hinzugefügt werden, damit diese Planungsmethode für weitere Eingriffe sinnvoll wäre?
- Roboterunterstützte Eingriffe bei Operationen  
Welche Anforderungen müsste ein Roboter oder ggf. ein eigens für diesen Zweck konstruiertes Gerät erfüllen, um sinnvoll eingesetzt werden zu können? Welche Sicherheitsmassnahmen sind vorzusehen?  
Wie muss eine Mensch-Maschine-Funktionsteilung realisiert werden, damit der Chirurg monotone und ermüdende Arbeiten an den Computer oder Roboter abgeben kann, aber trotzdem die letzte Instanz bei der Entscheidungsfindung bleibt?

### **Digitalisierung der Geometrie von Knochen durch geeignete bildgebende Modalitäten**

- Übernahme von Computertomogrammdaten bereits möglich
- Geeignetes Werkzeug zur 3D-Rekonstruktion von Geometrien aus Computertomogrammdaten existiert bereits
- Rekonstruktion der 3D-Geometrie aus geeignet orientierten Röntgenaufnahmen

## Literatur

- [BeLe78] Bertolini, R; Leutert, G: Atlas der Anatomie des Menschen.  
Band 1: Arm und Bein. VEB Georg Thieme, Leipzig 1978
- [Gürk99] Gürke, L.; Strecker, W.; Martinoli, S.: Korrektur mehrdimensionaler Deformationen durch eine  
einzige Osteotomie – Graphische Analyse und Operationstechnik; Unfallchirurg 9/99, Springer-  
Verlag, München: 1999, S. 684 – 690
- [Merl61] Merle d'Aubigné, R.; Vaillant, J. M. : Correction simultanée des angles d'inclinaison et  
de torsion du col fémoral par l'ostéotomie plane oblique.  
Revue De Chirurgie Orthopedique Et Reparatrice De L'Appareil Moteur 47, 94-103 (1961)
- [Wiki13] Merseburger Zaubersprüche (15.05.2013). Abgerufen am 28. Mai 2013 von  
[http://de.wikipedia.org/wiki/Merseburger\\_Zauberspr%C3%BCche](http://de.wikipedia.org/wiki/Merseburger_Zauberspr%C3%BCche)