

Information zum Referenten:

Dipl. Ing. FH in Mechatronik

Daniel Spescha



Studium

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Winterthur, Schweiz

- Elektrotechnik, Mechatronik
- Derzeit Master of Science in Engineering, strukturdynamische Simulation

Berufliche Karriere

Hydro Surselva AG, Tavanasa, Schweiz

- Ausbildung zum Automatiker

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Winterthur, Schweiz

- Wissenschaftlicher Assistent, IMS Institut für Mechatronische Systeme

Derzeitiger Arbeitgeber / Institution

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften

IMS Institut für Mechatronische Systeme

www.ims.zhaw.ch

daniel.spescha@zhaw.ch

Entwicklung und Analyse eines Dynamometers in Hexapod-Struktur

D. Spescha¹, R. Altenburger¹, R. Thiel²

¹ *ZHAW Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften, Institut für Mechatronische Systeme, Winterthur*

² *Kistler Instrumente AG, Winterthur*

Zusammenfassung

Dieser Beitrag beschreibt die Entwicklung und Analyse eines Dynamometers in Parallelstruktur, bei welchem sechs stabförmige Kraftsensoren der Fa. Kistler Instrumente AG zu einer Hexapod-Struktur angeordnet werden. Im vorliegenden Beitrag wird der Schwerpunkt auf die Auslegung einer optimalen Parallelstruktur gelegt.

Die Auslegung der Hexapod-Geometrie erfolgt mit Hilfe von analytischen Modellen, welche die Hexapod-Struktur vereinfacht abbilden. Für die Optimierung werden Kriterien zur Beurteilung der Steifigkeit, der Empfindlichkeit und dessen Richtungsabhängigkeit und des Messbereichs des Hexapods aufgezeigt. Daraus resultiert ein multikriterielles Optimierungsproblem, welches mit einem evolutionären Optimierungsalgorithmus gelöst wird. Eine umfassende Untersuchung der resultierenden Hexapode führt zur Wahl einer optimierten Hexapod-Struktur mit einer dreizähligen Rotationssymmetrie.

Das resultierende System wird mit Hilfe der Engineeringsoftware ANSYS[®], MATLAB[®]/Simulink[®] und CSIM untersucht und einige Ergebnisse aus den Bereichen Statik, Dynamik und Sensorik diskutiert.

Durch die Parallelstruktur und dadurch, dass die einzelnen Sensoren nicht vorgespannt sind, können verglichen mit herkömmlichen Dynamometern gute Werte für die Empfindlichkeit als auch Temperatur-Empfindlichkeit prognostiziert werden. Eine Schwachstelle des entwickelten Aufbaus ist die begrenzte Bandbreite. Eine Erhöhung derselben ist mit Anpassungen an den Stabsensoren verbunden.

Ein Prototyp des entwickelten Hexapods wurde hergestellt. Die ersten Messergebnisse sind vielversprechend.

1 Einleitung

Ein Dynamometer (von griech. *dynamis* – Kraft) ist ein Kräfte messgerät. Unterschiedlichste Dynamometer werden in vielen Bereichen eingesetzt. Die Fa. Kistler Instrumente AG mit Hauptsitz in Winterthur stellt verschiedenste Dynamometer her, welche hauptsächlich (jedoch nicht ausschliesslich) im Gebiet der Prozessüberwachung bei Materialbearbeitungsprozessen eingesetzt werden.

Im Bereich der Feinst- und Hochpräzisionsbearbeitung steigen die Anforderungen an die Kräfte messung stetig an. Die konventionellen, seriell aufgebauten Piezo-Dynamometer erreichen bezüglich Empfindlichkeit und Temperaturverhalten ihre Grenzen, was die Suche nach neuen Lösungen vorantreibt.

In dieser Studie wurde im Rahmen einer Vertiefungsarbeit für den Studiengang Master of Science in Engineering (MSE) in Zusammenarbeit mit der Fa. Kistler Instrumente AG das Potential von Dynamometern in Parallelstruktur ausgelotet.

Bei einem seriell aufgebauten Dynamometer, wie es in Abbildung 1 prinzipiell dargestellt ist, werden die Messelemente für verschiedene Achsen im Kraftfluss seriell angeordnet, was verschiedene Konsequenzen für das Dynamometer hat:

- Es werden die Nachgiebigkeiten aller Sensoren addiert.
- Jeder Sensor trägt die volle Last, was hohe Anforderungen an die Belastbarkeit der Sensoren stellt.
- Durch die „gestapelte“ Bauweise tragen die Messglieder die Trägheiten aller folgenden Messglieder in der Kette.

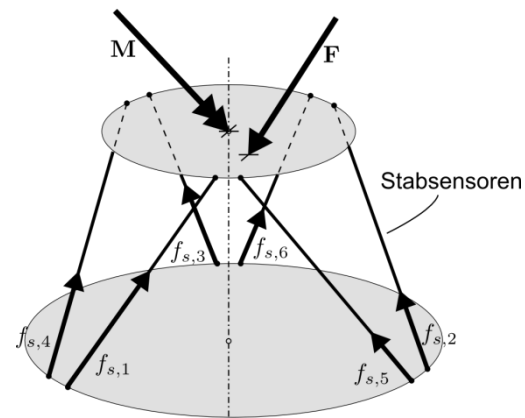
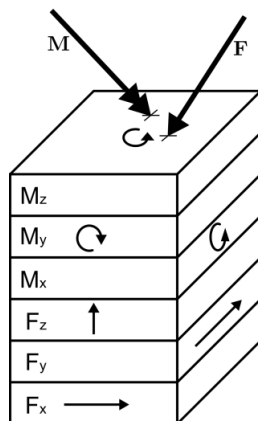


Abbildung 1: Dynamometer in serieller Struktur Abbildung 2: Dynamometer in paralleler Struktur

Bei der parallelen Anordnung der einzelnen Sensoren im Kraftfluss, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist, wird der Kraftfluss auf die einzelnen Sensoren aufgeteilt. Die Vorteile liegen auf der Hand:

- Die Steifigkeiten der einzelnen Messglieder werden vektoriell zur Gesamtsteifigkeit addiert.
- Die Messglieder werden weniger von den Trägheiten anderer Messelemente beeinflusst.
- Die Last wird entsprechend der geometrischen Anordnung auf die Messelemente aufgeteilt.

Jeder Stab bindet einen Freiheitsgrad. Um alle sechs Freiheitsgrade im Raum zu binden, sind somit sechs Messelemente notwendig, woraus auch die Bezeichnung Hexapod (von griech. *hexa* – sechs und griech. *pod* - Fuss) entsteht.

Im nachfolgenden Abschnitt wird die geometrische Auslegung eines Dynamometers in Hexapod-Struktur beschrieben. Es werden Kriterien entwickelt, um die Güte des Hexapods abhängig von der Anordnung der Sensorstäbe zu bewerten. Ein Optimierungsalgorithmus wird vorgestellt, mit welchem ein optimierter Hexapod ausgelegt wird. Anschliessend wird im nächsten Abschnitt auf die Konstruktion eines Prototypen eingegangen.

In Abschnitt 4 wird auf die simulative Analyse des Hexapods eingegangen und die Resultate im darauffolgenden Abschnitt beschrieben. Zum Schluss werden das Dynamometer und dessen Eigenschaften diskutiert.

2 Geometrische Auslegung

Die sensorischen Eigenschaften des Hexapods werden vor allem von den Kraft- und Drehmomentübersetzungen vorgegeben, welche von der geometrischen Anordnung der Stäbe definiert werden.

Eine ungünstige Anordnung der Stäbe führt zu einer singulären (statisch unbestimmten) Struktur. Ein Beispiel dafür ist auf Abbildung 3 für den ebenen Fall, bei welchem nur drei Freiheitsgrade auftreten, dargestellt. Bereits intuitiv kann man bei dieser Stabanordnung erahnen, dass sie keine Drehmomente in der xy -Ebene aufnehmen kann. Die Flucht aller Stäbe trifft an einem „Drehpunkt“ zusammen.

Die in Abbildung 4 gezeigte Struktur ist regulär. Mit dieser Stabanordnung können somit alle drei Freiheitsgrade in der Ebene gebunden werden.

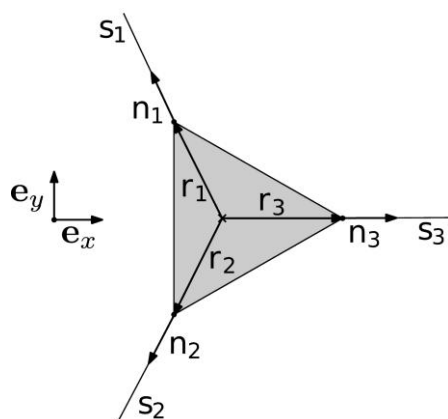


Abbildung 3: Singuläre Parallelstruktur in 2D

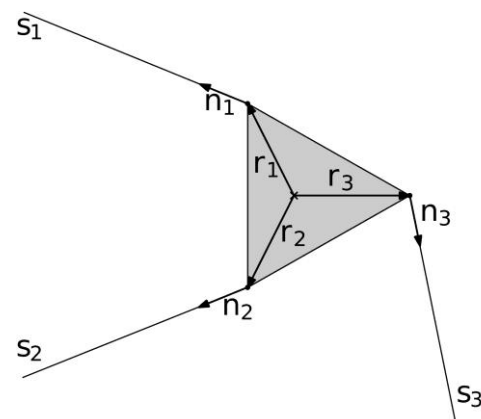


Abbildung 4: Reguläre Parallelstruktur in 2D

An diesem Beispiel wird deutlich, dass nicht alle Stabanordnungen gleichermassen für den Sensorenbau geeignet sind. Um eine optimale Anordnung zu finden, sind zunächst geeignete Gütekriterien zu definieren, mathematische Modelle zu erstellen und ein Optimierungsverfahren anzuwenden. Eine mögliche Herangehensweise wird im Folgenden beschrieben.

2.1 Modelle

Für die Auslegung der Struktur wurden lineare analytische Modelle des Hexapods erstellt, welche einige Vereinfachungen implizieren:

- die Plattformen des Hexapods werden als starr betrachtet
- die Sensoren werden in Axialrichtung als linearelastisch und in allen anderen Richtungen als starr betrachtet
- die Gelenke zur Anbindung der Stäbe an die Plattformen werden als ideale Kugelgelenke abgebildet

2.1.1 Grundmodell

Grundlage für alle verwendeten analytischen Modelle ist die Modellierung der Kraftübertragung. Hierfür wird die Jacobi-Matrix $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ verwendet. Diese beschreibt die lineare Transformation der Stabkräfte \mathbf{f}_s in die Kräfte und Momente \mathbf{f} im kartesischen Raum nach

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}\mathbf{f}_s \quad (1)$$

mit

$$\mathbf{f} = (F_x \quad F_y \quad F_z \quad M_x \quad M_y \quad M_z)^T \quad \text{und} \quad \mathbf{f}_s = (f_{s,1} \quad f_{s,2} \quad \dots \quad f_{s,6})^T. \quad (2)$$

Die mathematische Modellierung des Hexapods besteht im Wesentlichen aus der Ermittlung der Daten der geometrischen Anordnung (normierte Richtungsvektoren \mathbf{n}_i und Abstandsvektoren \mathbf{r}_i) und dem Bilden der Jacobimatrix. Da sich die Abstandsvektoren mit der Position des Lastangriffspunkts verändern, ist die Jacobimatrix ebenfalls vom Lastangriffspunkt abhängig. Für die explizite Angabe der Jacobimatrix für einen Lastangriffspunkt $\mathbf{x} = (x \quad y \quad z \quad \varphi_x \quad \varphi_y \quad \varphi_z)^T$ gilt die Notation $\mathbf{J}(\mathbf{x})$.

Die Umrechnung der kartesischen Kräfte auf die Stabkräfte erfolgt mit der Inversen der Jacobimatrix nach

$$\mathbf{J}^{-1} \mathbf{f} = \mathbf{f}_s. \quad (3)$$

Die Jacobimatrix ist bei geeigneter Anordnung der Stäbe regulär. Bei einer singulären Stabanordnung wie beispielsweise in Abbildung 3 wird die Jacobimatrix singulär, es tritt kein Kräfte- und/oder Momentengleichgewicht ein und die Jacobimatrix kann nicht invertiert werden.

2.2 Optimierungskriterien

Im Folgenden werden die Anforderungen an das Dynamometer näher untersucht und, wo es sinnvoll ist, in parametrische Kriterien übersetzt.

Für verschiedene Kriterien wird die Konditionszahl κ verwendet. Diese beschreibt das Verhältnis vom grössten zum kleinsten Singulärwert einer Matrix und ist für eine Matrix \mathbf{B} nach

$$\kappa(\mathbf{B}) = \|\mathbf{B}\| \|\mathbf{B}^{-1}\| = \frac{\sigma_{\max}(\mathbf{B})}{\sigma_{\min}(\mathbf{B})} = \sqrt{\frac{\max(\text{eig}(\mathbf{B}\mathbf{B}^T))}{\min(\text{eig}(\mathbf{B}\mathbf{B}^T))}} \quad (4)$$

definiert [1]. Die Konditionszahl beträgt für die Identitätsmatrix 1, steigt für schlecht konditionierte Matrizen an und strebt für singuläre Matrizen gegen unendlich.

2.2.1 Steifigkeit

Eine hohe Steifigkeit des Hexapods ist von grosser Bedeutung, da sie unter anderem die Dynamik des Dynamometers direkt beeinflusst. Aus diesem Grund soll die minimale Hauptsteifigkeit bei Lastangriff auf der Plattform maximiert werden.

Es kann gezeigt werden, dass die Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{C} = c_{stab} \mathbf{J} \mathbf{J}^T \quad (5)$$

entspricht. Die minimale Hauptsteifigkeit berechnet sich demnach mit

$$c_{\lambda, min} = \min(\text{eig}(\mathbf{C})) = \min(\text{eig}(c_{stab} \mathbf{J} \mathbf{J}^T)). \quad (6)$$

Da die Einzelstab-Steifigkeit c_{stab} nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt, wird dasselbe Minimum erreicht, wenn dieser nicht berücksichtigt wird.

Betrachtet man die Konditionszahl der Jacobimatrix

$$\kappa(\mathbf{J}) = \sqrt{\frac{\max(\text{eig}(\mathbf{J} \mathbf{J}^T))}{\min(\text{eig}(\mathbf{J} \mathbf{J}^T))}}, \quad (7)$$

dann taucht die minimale Hauptsteifigkeit im Nenner unter der Wurzel auf. Dies wird benutzt, um die Maximierung der minimalen Hauptsteifigkeit in eine Minimierung der Konditionszahl überzuführen. Da die Wurzelfunktion monoton wachsend ist, entsprechen die Minima der Konditionszahl den Minima dessen Quadrat. Wird zudem noch angenommen, dass der Nenner von Gleichung (7) deutlich sensitiver von den Optimierungsparametern abhängt als der Zähler, entspricht die Minimierung der Konditionszahl näherungsweise der Maximierung der minimalen Hauptsteifigkeit.

2.2.2 Richtungsabhängige Empfindlichkeit

Eine geringe Richtungsabhängigkeit der Empfindlichkeit wird angestrebt, um alle Kräfte und Momente mit einer möglichst ähnlichen Sensitivität messen zu können.

Eine bestimmende Grösse beim Piezo-Effekt ist die Dehnung. Diese ist nach dem Hook'schen Gesetz umgekehrt proportional zur Steifigkeit. Dies kann verwendet werden, um eine ausgeglichene Empfindlichkeit für verschiedene Lastrichtungen zu erreichen. Ein Mass für die Richtungsabhängigkeit der Empfindlichkeit ist der Quotient aus der maximalen und der minimalen Hauptsteifigkeit. Dieser lautet

$$\frac{\max(\text{eig}(\mathbf{C}))}{\min(\text{eig}(\mathbf{C}))} = \frac{\max(\text{eig}(c_{stab} \mathbf{J} \mathbf{J}^T))}{\min(\text{eig}(c_{stab} \mathbf{J} \mathbf{J}^T))} = \frac{\max(\text{eig}(\mathbf{J} \mathbf{J}^T))}{\min(\text{eig}(\mathbf{J} \mathbf{J}^T))}, \quad (8)$$

was wiederum dem Quadrat der Konditionszahl entspricht. Eine Minimierung der Konditionszahl führt demzufolge auch zu einer Minimierung der richtungsabhängigen Empfindlichkeitsunterschiede.

2.2.3 Messbereich

Um einen möglichst grossen Messbereich realisieren zu können, muss die maximale Belastung der einzelnen Stäbe möglichst klein gehalten werden.

Es kann gezeigt werden, dass die maximale Stabkraft bei einer Belastung mit einer L_2 -normierten Last höchstens

$$\|\mathbf{J}^{-1}\|_{\infty} \quad (9)$$

beträgt.

Um die Maximalkräfte im gesamten Arbeitsbereich zu berücksichtigen, wird von mehreren Punkten \mathbf{x}_i im Arbeitsraum Ω der Mittelwert gebildet. Der Ausdruck

$$\left\langle \|\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_i)\|_{\infty} \right\rangle \quad (\mathbf{x}_i \in \Omega; i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

stellt somit ein zweites Bewertungskriterium dar, das minimiert werden soll.

2.2.4 Sensitivität auf Störungen der Jacobimatrix

Wenn die Jacobimatrix bekannt ist, dann kann die Kraftübertragung theoretisch exakt bestimmt werden. Sobald die Jacobimatrix gestört wird, z.B. durch Verschiebung des Lastangriffspunktes von der Nominalposition oder durch nicht ideale Kugelgelenke, ist ein Verfälschen der Messung unvermeidbar.

Die Auswirkung einer Störung $\Delta\mathbf{J}_N$ der Systemmatrix \mathbf{J}_N auf den Ausgangsvektor \mathbf{f}_s folgt aus der Herleitung der Konditionszahl aus [4]. Der relative Fehler kann demnach mit

$$\frac{\|\Delta\mathbf{f}_s\|}{\|\mathbf{f}_s\|} \leq \frac{\|\Delta\mathbf{J}\|}{\|\mathbf{J}\|} \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\| = \frac{\|\Delta\mathbf{J}\|}{\|\mathbf{J}\|} \kappa(\mathbf{J}) \quad (11)$$

abgeschätzt werden. Wiederum tritt die Konditionszahl der Jacobimatrix als Skalierungsfaktor des Fehlers auf. Zusätzlich wirkt sich der Faktor $\|\Delta\mathbf{J}_N\|/\|\mathbf{J}_N\|$ auf den Fehler aus. Dieser Faktor bildet ein weiteres Kriterium. Das Kriterium wird an n verschiedenen Stellen im Arbeitsraum ausgewertet und gemittelt. Referenzpunkt ist der Mittelpunkt des Arbeitsraums \mathbf{x}_{AP} .

$$\left\langle \frac{\|\Delta\mathbf{J}(\mathbf{x}_i)\|}{\|\mathbf{J}(\mathbf{x}_{AP})\|} \right\rangle = \left\langle \frac{\|\mathbf{J}(\mathbf{x}_i) - \mathbf{J}(\mathbf{x}_{AP})\|}{\|\mathbf{J}(\mathbf{x}_{AP})\|} \right\rangle \quad (\mathbf{x}_i \in \Omega; i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

2.2.5 Herstellbarkeit

Die Herstellbarkeit des Hexapods ist natürlich ein zentrales Kriterium. Sich schneidende Stäbe oder andere Anordnungen, welche die Herstellung verhindern sind zu eliminieren. Der Fertigungs- und Montageaufwand wie auch das Bauvolumen der Struktur sollen klein gehalten werden.

Da eine mathematische Analyse der Stababstände aufwändig ist und der Fertigungsaufwand der Anordnung ohnehin nicht vollends parametrisch erfasst werden kann, werden diese Kriterien bei den optimierten Lösungen anhand einer dreidimensionalen Darstellung des Hexapods beurteilt. Das Bauvolumen ist ebenfalls ein Kriterium, welches im Zusammenhang mit der Komplexität von Fall zu Fall unterschiedlich berücksichtigt werden soll.

2.2.6 Zusammenfassung der Kriterien

Insgesamt reduziert sich die Anzahl parametrischer Optimierungskriterien auf drei zu minimierende Terme. Diese sind:

1. für die Maximierung der Steifigkeit und und Minimierung der Richtungsabhängigkeit der Empfindlichkeit

$$\kappa(\mathbf{J}(\mathbf{x}_{AP}))$$

2. für die Maximierung des Messbereich

$$\left\langle \|\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_i)\|_{\infty} \right\rangle \quad (\mathbf{x}_i \in \Omega; i = 1, 2, \dots, n)$$

3. für die Minimierung des Einflusses von Störungen der Jacobimatrix

$$\left\langle \frac{\|\Delta\mathbf{J}(\mathbf{x}_i)\|}{\|\mathbf{J}(\mathbf{x}_{AP})\|} \right\rangle \quad (\mathbf{x}_i \in \Omega; i = 1, 2, \dots, n)$$

2.3 Optimierungsalgorithmus

Der angewendete Optimierungsprozess weist zwei Stränge auf. Einerseits wird nach einer innovativen Stabanordnung gesucht, welche evtl. bessere Eigenschaften aufweist als die gängige, dreizählige rotationssymmetrische Stabanordnung aus Abbildung 2, die hier als *Standardhexapod* bezeichnet wird. Andererseits wird ein Standardhexapod optimiert und schliesslich die Eigenschaften beider Hexapode verglichen. Dieser Prozess ist in Abbildung 5 nochmals verdeutlicht.

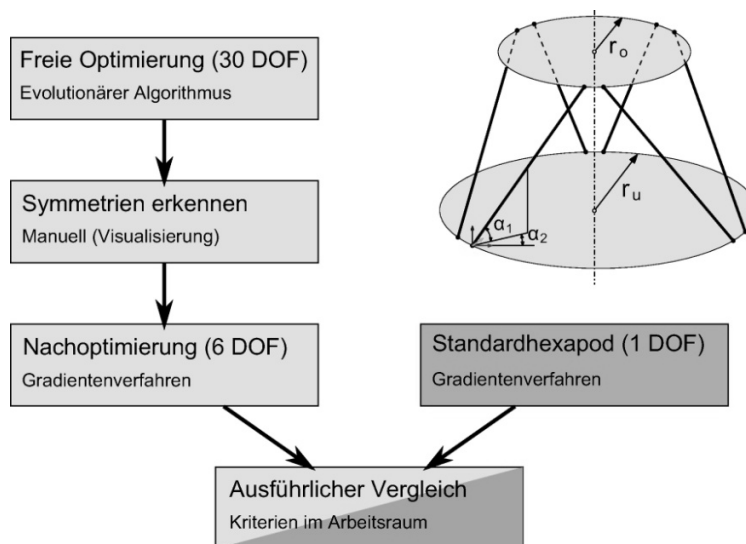


Abbildung 5: Optimierungsvorgang

Das Ziel ist es, die optimale Stabanordnung zu finden. Um dies überhaupt zu ermöglichen, muss die Struktur so parametrisiert werden, dass möglichst viele verschiedene Varianten resultieren können. Dies wird hier als *freie Optimierung* bezeichnet. Für jeden Stab des Hexapods werden fünf Parameter verwendet, drei für die Position eines Endpunktes und zwei Raumwinkel, die Stablänge ist festgelegt. Auf alle sechs Stäbe betrachtet ergeben sich 30 Freiheitsgrade, die optimiert werden müssen.

Dadurch, dass das Minimierungsproblem viele lokale Minima aufweist kann kein exaktes Verfahren - wie z.B. das Newton-Verfahren - eingesetzt werden. Gewählt wurde ein evolutionärer Algorithmus, eine Metaheuristik, die nach dem Evolutionsprinzip aufgebaut ist. Dieser Algorithmus weist gute Eigenschaften auf, um lokale Minima zu überwinden und zum globalen Minimum zu konvergieren.

Dadurch, dass drei konkurrierende Kriterien zu minimieren sind, muss ein multikriterielles Optimierungsproblem gelöst werden. Es gibt verschieden Ansätze um solche Probleme zu lösen. Hier wird die sogenannte Weighted Sum Methode [3] eingesetzt. Bei dieser werden die Kriterien mit zufällig gewählten Gewichten skaliert und summiert, sodass wiederum ein skalarer Wert zu minimieren ist. Es muss eine Vielzahl an Probleme für unterschiedliche Gewichtungen gelöst werden, um anschliessend aus diesen, alle für eine bestimmte Gewichtung optimalen Stabanordnungen (Elemente der Pareto-front) die am besten geeignete Struktur auszuwählen. Für diese Auswahl müssen übergeordnete

Kriterien beigezogen werden. Dies sind z.B. die Herstellbarkeit, der benötigte Bauraum, evtl. vorhandene Symmetrien etc.

Die ausgewählte Lösung der freien Optimierung ist in Abbildung 6 dargestellt. Es ist eine 3D-Ansicht der Stäbe zu sehen. Der halbtransparente Quader stellt den betrachteten Arbeitsraum mit Dimension 80 mm x 80 mm x 40 mm dar. Als erstes ist darauf hinzuweisen, dass diese Anordnung nicht herstellbar ist, da sich zwei Stäbe kreuzen. Diese Kreuzung kann jedoch mit einer Nachoptimierung beseitigt werden.

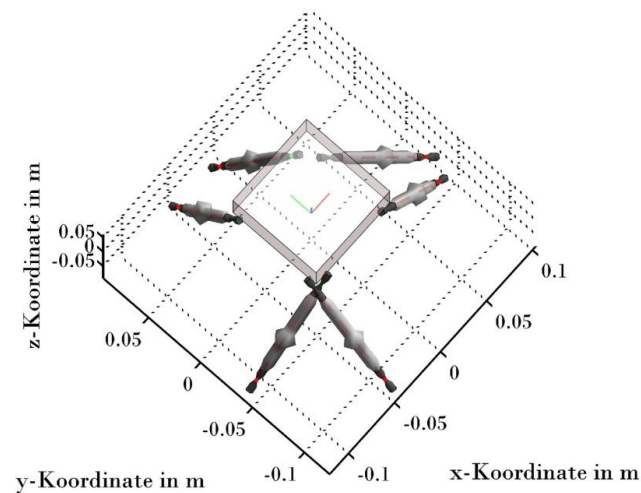


Abbildung 6: Optimierter Hexapod

Da die Stäbe beinahe symmetrisch angeordnet sind, wird bei der Nachoptimierung eine Symmetrieebene vorgegeben. Zusätzlich werden die oberen Stabenden an den gegebenen Positionen fixiert. Optimiert wird mit einem Gradientenverfahren um die Konvergenz zum nächsten lokalen Minimum zu sichern. Als Parameter werden je zwei Winkel der Stäbe verwendet und als Startwerte werden die Winkel aus der freien Optimierung vorgegeben. Die Gewichtung der Kriterien wird von der freien Optimierung übernommen.

Durch die Anpassung des frei optimierten Hexapods zum *nachoptimierten Hexapod* verschlechtern sich die Kriterien um bis zu 30%. Durch diese Verschlechterung des Hexapods ist es denkbar, dass ein Standardhexapod bessere Eigenschaften aufweist. Diese Überprüfung stellt den rechten Strang des Optimierungsvorgangs in Abbildung 5 dar. Für diesen Fall wird einzig ein Optimierungsparameter verwendet, der untere Anschlusskreis-Radius r_u . Die Optimierung erfolgt mittels Gradientenverfahren.

Ein Vergleich der Verteilung der Konditionszahl (Abbildung 7 und Abbildung 8) sowie der minimalen Hauptsteifigkeit (Abbildung 9 und Abbildung 10) im Raum zeigt die Unterschiede der Strukturen. Dargestellt sind zusätzlich zu den Stäben und den Arbeitsraum auch geschnittene Iso-Oberflächendarstellungen der betrachteten Größen abhängig vom Lastangriffspunkt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der nachoptimierte Hexapod im Zentrum des Arbeitsraums optimiert ist. In diesem Punkt ist die Konditionszahl minimal und die minimale Hauptsteifigkeit maximal. Beim Standardhexapod ist dies nicht der Fall. Hier werden die besten Werte knapp unterhalb des Arbeitsraums erreicht. Dies ist eine Folge dessen, dass die Grundstruktur bei der Optimierung bereits vorgegeben ist.

Betrachtet man jedoch den Wertebereich dieser Eigenschaften im Arbeitsraum, schneidet der Standardhexapod besser ab, als der nachoptimierte Hexapod. Beim Standardhexapod bewegt sich die Konditionszahl im Bereich zwischen 1.60 und 6.5, beim nachoptimierten Hexapod reichen die Werte von 1.75 bis 6.9.

Auch bei der minimalen Hauptsteifigkeit schneidet der Standardhexapod mit Werten für die translatorische Steifigkeit von $0.33 \cdot c_{stab}$ bis $1.48 \cdot c_{stab}$ besser ab, als der nachoptimierte Hexapod, bei welchem die Werte zwischen $0.33 \cdot c_{stab}$ und $1.05 \cdot c_{stab}$ liegen.

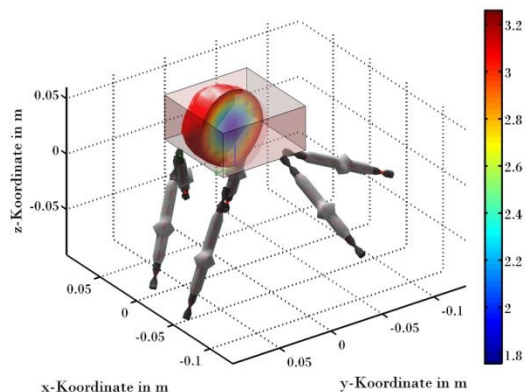


Abbildung 7: Iso-Oberflächendarstellung der Konditionszahl beim nachoptimierten Hexapod

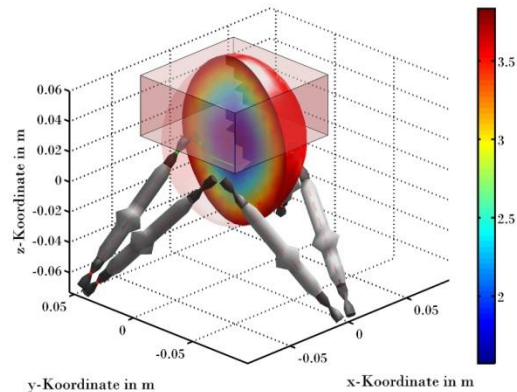


Abbildung 8: Iso-Oberflächendarstellung der Konditionszahl beim Standardhexapod

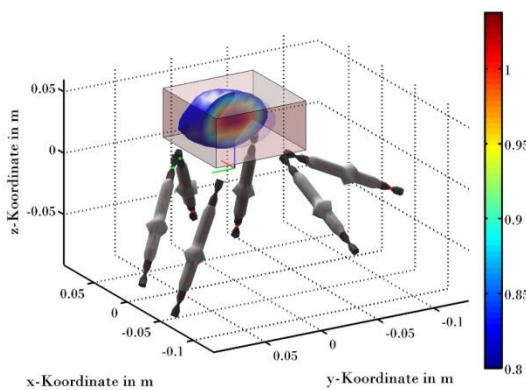


Abbildung 9: Iso-Oberflächendarstellung der minimalen Hauptsteifigkeit beim nachoptimierten Hexapod

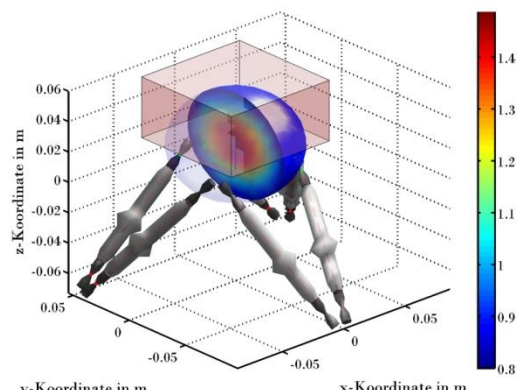


Abbildung 10: Iso-Oberflächendarstellung der minimalen Hauptsteifigkeit beim Standardhexapod

Der Standardhexapod überzeugt durch seine einfache Bauweise, die symmetrischen Eigenschaften und die, im Vergleich zum frei optimierten Hexapod, nur geringfügig schlechteren Kriterienwerte. Aus diesem Grund wird diese Stabanordnung weiterverfolgt.

Trotz der Entscheidung für eine Standardlösung hat die Optimierung mit voller Entwurfsparameterzahl einige Erkenntnisse ergeben. Die freie Optimierung stellt sicher, dass mit grosser Wahrscheinlichkeit keine wesentlich besseren Lösungen mit denselben Randbedingungen existieren.

3 Konstruktion

Ausgehend von den geometrischen Daten des optimierten Standardhexapods wurde eine herstellbare Konstruktion entworfen. Diese besteht im Wesentlichen aus sechs Elementen, welche in Abbildung 11 dargestellt und bezeichnet sind.

Herausforderung ist die Konstruktion von Gelenken, welche spielfrei sind, eine hohe Steifigkeit in Axialrichtung und eine hohe Rotations-Nachgiebigkeit aufweisen.

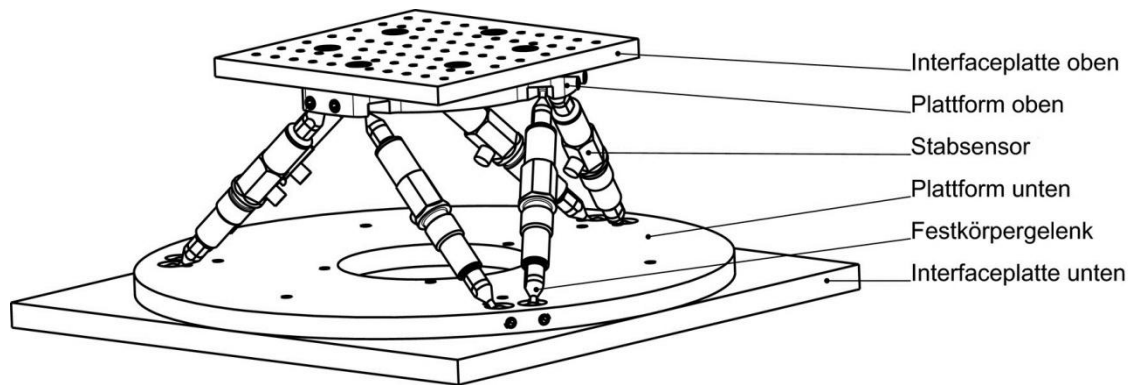


Abbildung 11: Hexapodkonstruktion: Dimension obere Plattform: 95 mm x 95 mm

Die Anforderungen an die Gelenke können mittels Festkörpergelenken erfüllt werden. Bei diesen Gelenken erfolgt die Bewegung durch Biegung an einer Einschnürung. Dadurch, dass sie aus nur einem Teil bestehen sind sie spielfrei, was sie für den Einsatz in Sensoren, bei denen nur geringe Bewegungen ermöglicht werden müssen, prädestiniert. Die maximale Winkeländerung, welche die Gelenke erfahren, liegt nach Berechnungen bei ca. 1 mrad. Die Gelenksteifigkeiten können mit der Geometrie der Einschnürung eingestellt werden.

Dadurch, dass die Gelenke nicht idealen Kugelgelenken entsprechen, treten Querkräfte und Biegemomente auf. Diese verfälschen die Messergebnisse um wenige Prozent und machen eine Kalibrierung notwendig.

4 Analyse

Vor dem Übergang zur Prototypen-Herstellung wurden ausführliche simulative Analysen durchgeführt. Die analysierten Eigenschaften sind

- statische Eigenschaften (statische Verformungen, Steifigkeit),
- dynamische Eigenschaften (Modalanalyse, Frequenzgänge, Analysen im Zeitbereich),
- thermomechanische Eigenschaften (Einfluss von Stab- und Plattformtemperaturänderungen),
- sensorische Eigenschaften (Empfindlichkeit, Messbereich, Ansprechschwelle, Linearität, Fehlerfortpflanzung) und
- Sensitivitäten bezüglich Variation verschiedener Parameter (Zusatzmasse, Stabsteifigkeit, Dämpfung),

von denen hier nur wenige beschrieben werden sollen.

4.1 Modelle

Für die Analysen wurden verschiedene Modelle verwendet. Einerseits wurden analytische Modelle basierend auf die Kraftübertragung aus Abschnitt 2.1.1 verwendet um erweiterte Aussagen über das Messverhalten zu treffen.

Desweiteren wurden Finite Elemente Modelle (FE-Modelle) erstellt. Die hierfür gewählte Simulations-Software ist ANSYS® Workbench™. Neben statischen und thermischen Analysen wurde eine Modalanalyse durchgeführt, dessen Daten für eine Modellordnungsreduktion mittels modaler Kondensation [2] in CSIM¹ weiterverwendet werden. Dies ermöglicht umfangreiche Simulationen im Frequenz- wie

¹ CSIM ist ein auf MATLAB®/Simulink® basiertes Softwarepaket der Fa. PK systems GmbH für die Modellordnungsreduktion von linearen Systemen

auch Zeitbereich bei kurzen Rechenzeiten. Da die Auswertung mittels MATLAB®/Simulink® erfolgt steht die gesamte Flexibilität dieser Software-Umgebung zur Verfügung und es sind umfangreiche Analysen möglich.

Mit modellierten Federn zwischen Druckstücken und Gelenken, wie auf Abbildung 12 dargestellt, wird eine zusätzliche Nachgiebigkeit eingebracht. Dadurch kann der Einfluss der Stabsteifigkeit untersucht werden.

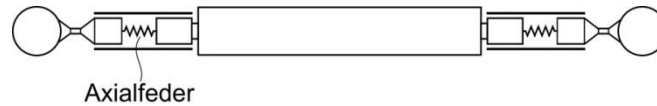


Abbildung 12: Modellierung der Stabsensoren mit Steifigkeitskorrektur

5 Resultate

In diesem Abschnitt werden exemplarisch einige Ergebnisse der Analysen aufgeführt.

5.1 Statische Verformung

Abbildung 13 zeigt überhöht die Deformation des Hexapods bei einer Belastung mit einer Schubkraft von 1 N auf der Interfaceplattenoberfläche. Halbtransparent ist der unverformte Hexapod zu sehen. Es ist zu erkennen, dass die Stabbiegungen im Vergleich zu den axialen Verformungen gering sind.

Das maximale Biegemoment, welches von den Stäben bei diesem Lastfall aufgenommen wird, beträgt den Berechnungen zufolge 0.061 mNm. Dies bedeutet, dass eine Belastung mit 100 N, was der Maximallast entspricht, zu einem Biegemoment von 6.1 mNm führt.

Diese Eigenschaften sind repräsentativ für Belastungen auch in anderen Richtungen. Die maximalen Biegemomente begrenzen den Messbereich nicht. Begrenzend sind die Messbereiche der einzelnen Stabsensoren.

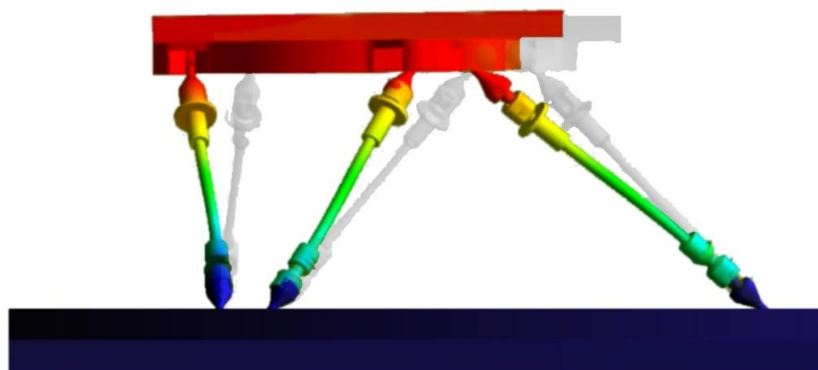


Abbildung 13: Deformationsplot und unverformte Struktur ohne Sensorgehäuse bei Belastung mit 1 N (Skalierung $8.4 \cdot 10^4$)

5.2 Steifigkeit

Die Plattformsteifigkeit kann auf zwei Arten ermittelt werden, einerseits mit dem vereinfachten analytischen Modell basierend auf die Jacobimatrix und andererseits mit dem FE-Modell. Die berechneten Werte für die translatorischen Steifigkeiten am Mittelpunkt der Plattformoberfläche sind in Tabelle 1 gegenübergestellt.

Tabelle 1: Translatorische Plattformsteifigkeiten berechnet mit unterschiedlichen Modellen

	Jacobimatrix-Modell	FE-Modell
Steifigkeit x -Richtung in $\text{N}/\mu\text{m}$	5.73	5.93
Steifigkeit y -Richtung in $\text{N}/\mu\text{m}$	5.73	5.89
Steifigkeit z -Richtung in $\text{N}/\mu\text{m}$	10.4	10.0

Die axiale Stabsteifigkeit (inkl. Gelenke) für die Berechnung mit der Jacobimatrix beträgt $3.65 \text{ N}/\mu\text{m}$ und wurde über eine FE-Rechnung bestimmt.

Die Abweichungen von maximal 4 % können dadurch erklärt werden, dass bei der FE-Rechnung nicht nur die Stabnachgiebigkeiten berücksichtigt werden, sondern auch die Plattformnachgiebigkeiten. Im Gegensatz dazu führen die Festkörpergelenke zu einer geringfügigen Versteifung der Struktur bei den Lastfällen in x - und y -Richtung.

5.3 Modalanalyse

Wie bereits erwähnt, bildet die Modalanalyse die Grundlage für die weiteren dynamischen Simulationen. Für die Modale Kondensation wurden 80 Moden bis zu einer Eigenfrequenz von 14.7 kHz berechnet.

Die ersten sechs Moden beinhalten im Grunde genommen die Translationen und Rotationen der oberen Plattform, ohne dass sich diese wesentlich verformt. Die Eigenfrequenzen dieser Moden bewegen sich im Bereich von 700 Hz bis 950 Hz.

Die Eigenformen im nächst höheren Frequenzbereich sind vorwiegend Verformungen der Stabsensoren. Ab ca. 4 kHz tauchen lokale Moden der oberen Interfaceplatte auf, welche bei der modalen Kondensation notwendig sind, um auch lokale Verformungen genauer abzubilden.

5.4 Frequenzgänge

Eine sehr gute Methode, dynamische Eigenschaften von Strukturen zu betrachten, sind Frequenzgänge.

Der Frequenzgang hängt vom Lastfall, also dem Lastangriffspunkt und der Lastrichtung, ab. In Abbildung 14 sind exemplarisch vier Frequenzgänge für verschiedene Lastfälle aufgetragen.

Die durchgezogene Kurve entspricht dem Frequenzgang bei einer Belastung in x -Richtung in der Mitte der Interfaceplattenoberfläche. Dies ist der Lastfall mit der geringsten Bandbreite im gesamten Arbeitsraum. Begrenzt wird die Bandbreite bei diesem Lastfall dadurch, dass die zweite Schwingungsmode (Verlagerung der Plattform in x -Richtung) stark angeregt wird. Dies ist auch im Amplitudengang erkennbar.

Die höchste Bandbreite bei translatorischer Last wird bei Belastung in z -Richtung in der Mitte der Interfaceplatte erreicht und beträgt 542 Hz. Dies ist die Richtung der höchsten Steifigkeit.

Die Bandbreiten bei rotatorischer Belastung liegen bei diesem Hexapod generell in einem etwas höheren Frequenzbereich (ab 580 Hz).

Der Einfluss der Stabsteifigkeit wurde untersucht. Eine dreifache Stabsteifigkeit von ca. $12 \text{ N}/\mu\text{m}$, wie sie vom FE-Modell hervorgeht, würde die Bandbreiten um durchschnittlich etwa 50 % anheben.

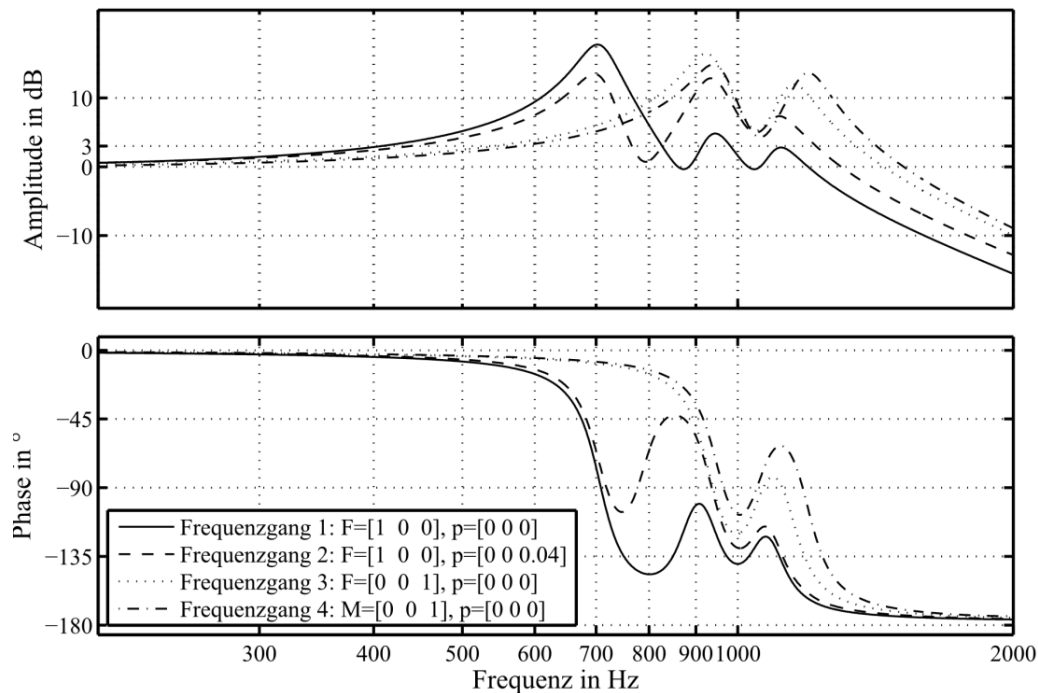


Abbildung 14: Frequenzgänge bei verschiedenen Lasten ($F=[F_x, F_y, F_z]$, $M=[M_x, M_y, M_z]$) an verschiedenen Positionen ($p=[x, y, z]$) im Arbeitsraum

5.5 Empfindlichkeit

Anhand der Jacobimatrix des Systems und der Empfindlichkeiten der einzelnen Stabsensoren kann die Gesamtempfindlichkeit berechnet werden.

Für translatorische Lasten wird eine minimale Empfindlichkeit von 133.5 pC/N prognostiziert. Die maximale Empfindlichkeit liegt sogar bei fast 250 pC/N.

Die Empfindlichkeit bei Drehmomentmessungen bewegt sich im Bereich zwischen 3690 pC/Nm und 5870 pC/Nm.

5.6 Temperatur-Empfindlichkeit

Die Verspannungen aufgrund von inhomogenen Erwärmungen sind bei Dynamometern stets ein unerwünschter Effekt. Anhand eines FE-Modells wurde die Empfindlichkeit bzgl. solchen Erwärmungen untersucht.

Die Temperatur-Empfindlichkeit beträgt nach Berechnungen maximal 53 mN/K, wenn die Hälfte der Stäbe erwärmt wird. Plattformerwärmungen sowie Erwärmung aller Stäbe führen hingegen zu Empfindlichkeiten unterhalb von 10 mN/K.

6 Diskussion

In dieser Arbeit wurden mit einigen grundlegenden mathematischen Modellen aussagekräftige Gütekriterien für eine optimale Auslegung der geometrischen Struktur eines Hexapod-Dynamometers entwickelt. Die mathematischen Formalismen erwiesen sich als äusserst nützlich um fundierte Kenntnisse über den Hexapod zu erlangen und diese für die Entwicklung eines fortgeschrittenen ersten Prototyps zu verwenden.

Für eine detaillierte Analyse wurden umfangreiche numerische Modelle, aufbauend auf Finite Elemente Modelle, verwendet. Diese Modelle erlaubten Analysen von diversen, für den Sensor relevanten Eigenschaften.

Der Weg, ein Dynamometer in Hexapod-Struktur zu entwickeln wurde eingeschlagen, um im Vergleich mit bestehenden Dynamometern eine höhere Empfindlichkeit, eine niedrigere Ansprechschwelle sowie eine geringere Temperatur-Empfindlichkeit zu erzielen. Diese Ziele wurden erreicht, insbesondere resultiert eine hohe Empfindlichkeit und eine niedrige Temperatur-Empfindlichkeit.

Eine Schwachstelle des Dynamometers ist die vergleichsweise niedrige Bandbreite. Eine Erhöhung dieser ist mit Anpassungen an den Stabsensoren verbunden, sollte jedoch möglich sein.

Erste Messungen am Prototyp des Hexapods sind bezüglich Messgenauigkeit, Linearität und Empfindlichkeit vielversprechend. Ob das System praxistauglich ist, muss die Zukunft zeigen.

7 Literatur

- [1] Bier C. C.: Geometrische und physikalische Analyse von Singularitäten bei Parallelstrukturen, Vulkan Verlag, 2006

- [2] Berkemer J.: Gekoppelte Simulation von Maschinendynamik und Antriebsregelung unter Verwendung linearer Finite-Elemente-Modelle, Inst. für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen Stuttgart, 2003

- [3] Deb K.: Evolutionary Algorithms for Multi-Criterion Optimization in Engineering Design, Indian Institute of Technology Kanpur, 2005

- [4] Schwarz H.-R., Köckler N.: Numerische Mathematik, 5. Auflage, Teubner Verlag, 2004

8 Danksagung

Diese Arbeit entstand zusammen mit der Fa. Kistler Instrumente AG. Für die interessante Aufgabenstellung und die freundliche Unterstützung dankt der Autor den Projektverantwortlichen der Fa. Kistler AG, namentlich Dr.-Ing. Rolf Thiel und Ing. HTL Reinhard Staub, herzlich.

Auch dem Betreuer des Projekts seitens des Instituts für Mechatronische Systeme, Dr.-Ing. Ruprecht Altenburger wird herzlich für die gute Betreuung beim Projekt und Verfassen der Publikation gedankt.