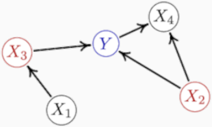
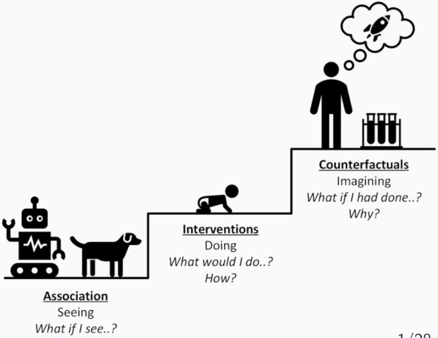


Einführung in Kausalität

ZHAW Statistikertreffen

Anna Drewek

09. September 2025



Meine Person

Anna Drewek

- Dozentin für statistische Datenanalyse am IDP, SoE
- Dr. sc. ETH Zürich (Mathematik / Biostatistik)

und die Kausalität

- Ausbildung: Masterarbeit, Seminare
- Projekte: Optimale Therapie bei MS
- Lehre: Modul im Master of Science in Engineering (MSE)

Hast du heute schon überlegt 20 Tassen Kaffee zu trinken, um produktiver zu sein?

Das sagt ChatGPT:

20 Tassen Kaffee? Das klingt nach einer echten Koffein-Überdosis!
Kurz gesagt: Nein, das macht dich nicht produktiver – eher das Gegenteil. Bei 20 Tassen kommt es zu Überstimulation (Nervosität, Zittern, Herzrasen), zu kognitive Einbussen (Konzentration sinkt, Fehlerquote steigt) und zu steigendem Gesundheitsrisiko. 20 Tassen sind in etwa 1.6–2 g Koffein, das kann gefährlich sein (Herzrhythmusstörungen, im Extremfall toxisch).
Besserer Ansatz genug Wasser trinken, Pausen machen und Bewegung einbauen.

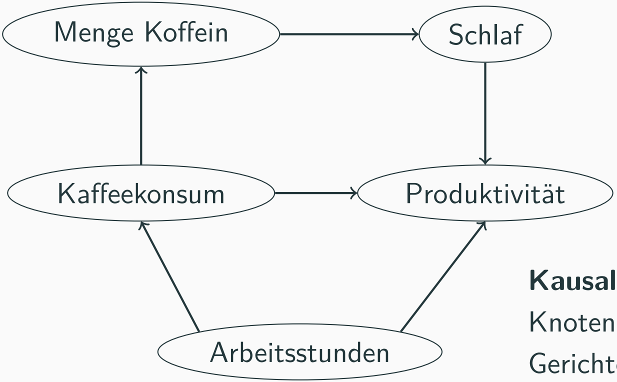
Hast du heute schon überlegt 20 Tassen Kaffee zu trinken, um produktiver zu sein?

Das sagt ChatGPT zu mir als "Wissenschaflerin":

Wenn du fragst: "Machen 20 Kaffees mich produktiver?", dann ist das eine kausale Hypothese: X = Kaffeekonsum, Y = Produktivität. Und du willst wissen, ob $X \rightarrow Y$ gilt und wie stark.
Ob 20 Kaffees dich produktiver machen, hängt stark von deinem Körper, deiner Gewöhnung an Koffein und dem Kontext ab – aber wissenschaftlich betrachtet ist das eher unwahrscheinlich und kann sogar kontraproduktiv sein. Die Forschung sagt, moderate Mengen (ca. 1–3 Tassen Kaffee) können die Konzentration, Wachheit und Reaktionszeit verbessern. Zu viel Koffein (wie bei 20 Tassen) kann hingegen zu Nervosität, Schlafstörungen, Herzrasen, Zittern, Konzentrationsproblemen führen - also genau das Gegenteil von Produktivität.

Was ist Kausalität?

Hast du heute schon überlegt 20 Tassen Kaffee zu trinken, um produktiver zu sein?



Kausales graphisches Modell:
Knoten = Zufallvariablen
Gerichtete Kanten = kausale Effekte

Was ist Kausalität?

Ein kausales graphisches Modell sagt nichts über die Stärke oder die Art der Beziehungen aus.

Beispiel 1: Rasensprenger
X = Rasensprenger
Y = Nasser Boden
Z = Rutschig

Beispiel 2: Wettrennen
X = Arbeitsstunden
Y = Zeit für Training
Z = Rennergebnis

Beispiel 3: Lampe
X = Lichtschalter (an/aus)
Y = Status Elektrischer Schaltkreis
Z = Lampe (an/aus)

Alle Beispiele haben folgendes Modell:

$$X \longrightarrow Y \longrightarrow Z$$

ABER Beziehungen sind unterschiedlich:

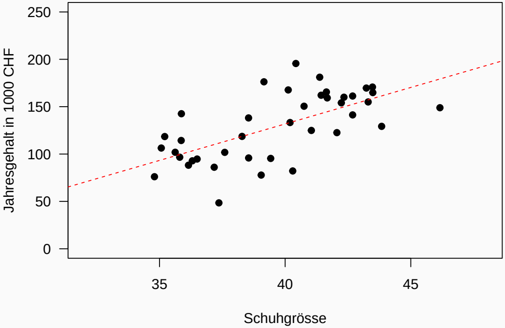
- positiv (Beispiel 1)
- negativ (Beispiel 2)
- diskret, nicht linear (Beispiel 3)

Schuhgrösse und Gehalt

Was sagt uns ein ML-Modell im Hinblick auf die folgende Aufgabe und die gegebenen Daten?

Aufgabe: Vorhersage des Gehalts

Daten: Schuhgrösse und Gehalt von 40 Personen



→ Regression führt zu einem guten Modell mit $R^2 = 0.68$.

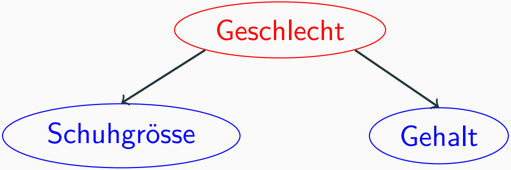
Was können wir daraus schliessen?

Was ist Kausalität?

Was können wir daraus schliessen?

Wir können **nicht** schliessen: Das Tragen grösserer Schuhe verursacht ein höheres Gehalt!

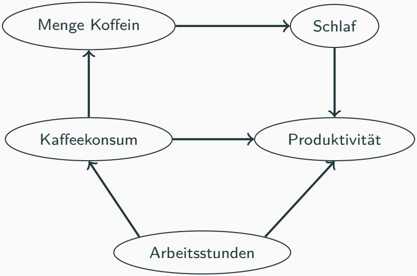
Warum?



→ **Ein Zusammenhang bedeutet nicht, dass dieser kausal ist.**

Wie können wir überprüfen, ob ein kausaler Effekt vorliegt?

- Zwei Variablen, die durch eine Kante verbunden sind, sind miteinander abhängig.
- Kausale Effekte werden entlang der Richtung der Pfeile transportiert.
- Es gibt zwei Arten von kausalen Pfaden: **direkte** und **indirekte**.
- Der **totale kausale** Effekt ergibt sich als Summe von allen direkten plus indirekten Effekten.

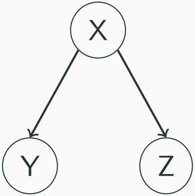


Informationsfluss

Grundbausteine eines Graphen

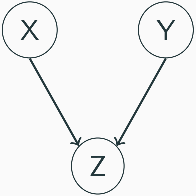
Chain

X und Z sind bedingt unabhängig gegeben Y



Fork

Y und Z sind bedingt unabhängig gegeben X



Collider

X und Y sind unabhängig, aber bedingt abhängig gegeben Z

Was können wir über Unabhängigkeit sagen, wenn wir einen komplexen Graphen mit Pfaden aus mehreren Bausteinen haben?

D-Separation

Allgemeine Definition Ein Pfad p ist durch eine Menge von Knoten Z **blockiert**, genau dann, wenn

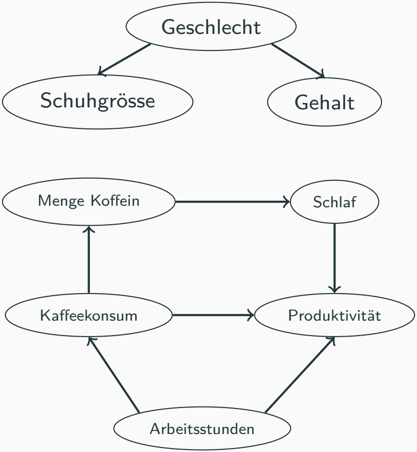
- p eine *chain* ($A \rightarrow B \rightarrow C$) or eine *fork* ($A \leftarrow B \rightarrow C$) enthält, wobei der mittlere Knoten B in Z enthalten ist (d.h. es wird auf *B bedingt*), ODER
- p einen Collider ($A \rightarrow B \leftarrow C$) enthält, wobei der Kollisionsknoten B **nicht** in Z enthalten ist und kein Nachfahre von B in Z liegt.

Wenn Z jeden Pfad zwischen zwei Knoten X und Y blockiert, dann sind X und Y d-separiert gegeben Z und somit bedingt unabhängig gegeben Z.

Bemerkung: Wenn auch nur ein Pfad zwischen X und Y nicht blockiert ist, sind X und Y nicht d-separiert.

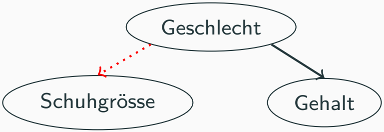
D-Separation

- D-Separation von Gehalt und Schuhgrösse?
  Es muss auf Geschlecht bedingt werden.
- D-Separation von Kaffee und Produktivität?
  Nicht möglich da Nachbarn.
- D-Separation von Kaffee und Schlaf
  Es muss auf Koffein bedingt werden.



Wie können wir überprüfen, ob ein kausaler Effekt vorliegt?

Wenn es einen kausalen Effekt gibt, dann sollte das Manipulieren der Schuhgrösse bzw. der Anzahl Kaffees die **Verteilung** des Gehalts bzw. der Produktivität **verändern**.



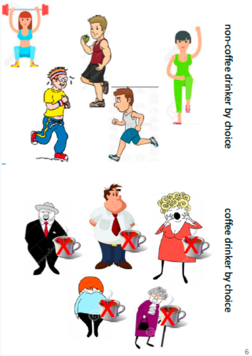
Definition einer **Intervention** (Pearl):
$do(X = x)$ stellt eine hypothetische Intervention dar, bei der X auf den Wert x gesetzt wird – einheitlich über die gesamte Population hinweg.

Beispiele:

- do(Schuhe = 45), d.h. alle Personen müssen Schuhgrösse 45 tragen.
- do(Kaffee = 10), d.h. alle Personen müssen 10 Tassen Kaffee trinken.

Hast du heute schon überlegt 20 Tassen Kaffee zu trinken, um produktiver zu sein?

Warum Intervention und nicht auf etwas bedingen?



$P(\text{Pr} = \text{hoch} \mid \text{Kaffee} < 20) < P(\text{Pr} = \text{hoch} \mid \text{Kaffee} \geq 20)$

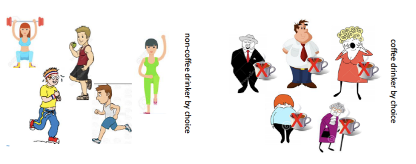
- Die Produktivität der Personen, welche mehr als 20 Kaffees getrunken haben, ist höher als diejenigen welche weniger als 20 Kaffees getrunken haben.
- Es könnte am Kaffee liegen, aber auch andere Gründe haben ...

$P(\text{Pr} = \text{hoch} \mid do(\text{Kaffee} < 20)) < P(\text{Pr} = \text{hoch} \mid do(\text{Kaffee} \geq 20))$

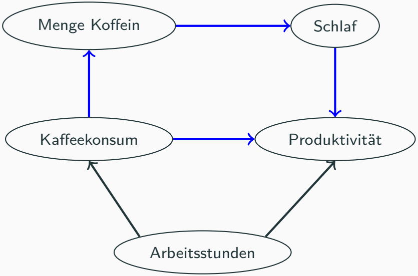
- Die Produktivität ist für alle höher, wenn mehr als 20 Kaffees getrunken werden, d.h. Kaffee hat einen gesicherten kausalen Effekt auf Produktivität.

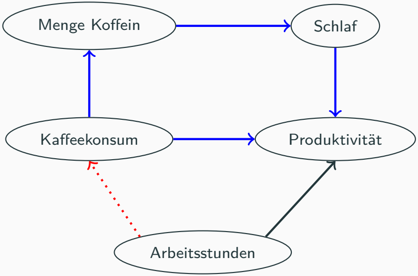
Meist gilt: $P(Y = y \mid X = x) \neq P(Y = y \mid do(X = x))$

Was passiert, wenn wir die Personen zufällig in 2 Gruppen einteilen?



Zugehörige kausale Graphen





Daten

In einem **kontrollierten Experiment** werden Personen/Objekte so zugewiesen, dass es keine systematischen Unterschiede zwischen den untersuchenden Gruppen gibt – ausser der *Behandlung* selbst.

Dies stellt sicher, dass die Gruppen vergleichbar sind, da die Verbindung zwischen möglichen Störfaktoren (Confounder) und der Behandlung gestört ist.

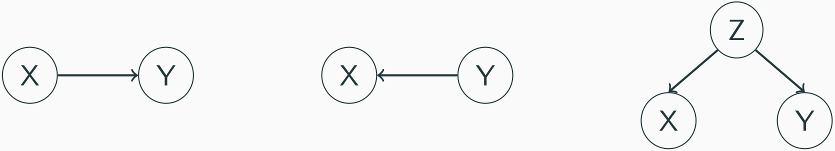
Jedoch sind kontrollierte Experimente nicht immer möglich:

- ethische Gründe
- Unmöglichkeit

→ Daten werden als Beobachtungsdaten (**observational data**) bezeichnet, wenn die Daten aus natürlich auftretenden Ereignissen stammen. Hier braucht es kausale Graphen und Adjustierung, um kausale Effekte zu berechnen.

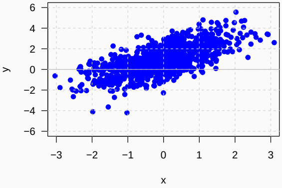
Intervention verändert die Verteilung

3 verschiedene kausale Beziehungen zwischen X und Y

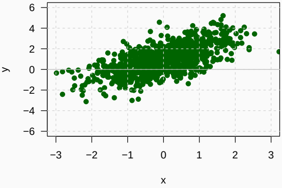


mit identischen gemeinsamen Verteilungen von X und Y:

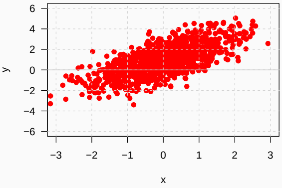
```
x <- rnorm(n)
y <- 1 + x + rnorm(n)
```




```
y <- 1 + sqrt(2)*rnorm(n)
x <- (y-1)/2 + rnorm(n)/sqrt(2)
```



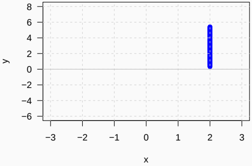

```
z <- rnorm(n)
y <- 1 + z + rnorm(n)
x <- z
```



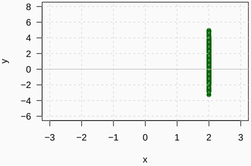
Intervention verändert die Verteilung

Wir führen die Intervention $do(X = 2)$ durch:

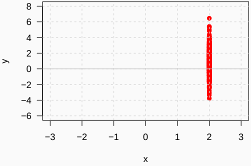
```r
x <- rep(2,n)
y <- 1 + x + rnorm(n)
```



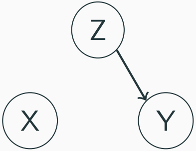

```r
y <- 1 + sqrt(2)*rnorm(n)
x <- rep(2,n)
```




```r
z <- rnorm(n)
y <- 1 + z + rnorm(n)
x <- rep(2,n)
```

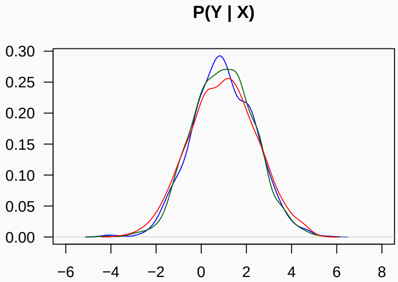


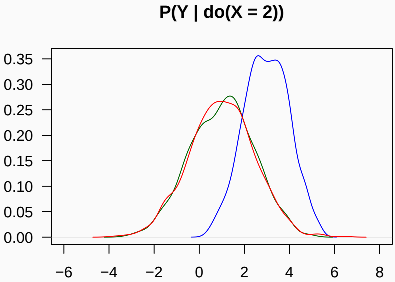
Manipulierte kausale Graphen:



Intervention verändert die Verteilung

Vergleich der bedingten Verteilung und der Interventionsverteilung





Die gemeinsame Verteilung der Daten reicht nicht aus, um das Verhalten unter Intervention vorherzusagen. Nur mit dem kausalen Graphen ist es möglich, vorherzusagen, wie sich das Modell unter Intervention verhalten wird.

Kausaler Effekt

Wie können wir überprüfen, ob ein kausaler Effekt vorliegt?

Hast du heute schon überlegt 20 Tassen Kaffee zu trinken, um produktiver zu sein?

Hypothetische Interventionen:

- *Intervention 1*: Jeder muss mehr als 20 Kaffees trinken
  $P(\mathrm{Pr} = \mathrm{hoch} \mid do(\mathrm{Kaffee} \geq 20))$
- *Intervention 2*: Keiner darf mehr als 20 Kaffees trinken
  $P(\mathrm{Pr} = \mathrm{hoch} \mid do(\mathrm{Kaffee} < 20))$

Average Causal Effect:

$P(\mathrm{Pr} = \mathrm{hoch} \mid do(\mathrm{Kaffee} \geq 20))$ - $P(\mathrm{Pr} = \mathrm{hoch} \mid do(\mathrm{Kaffee} < 20))$

Fundamentales Problem der Kausalität

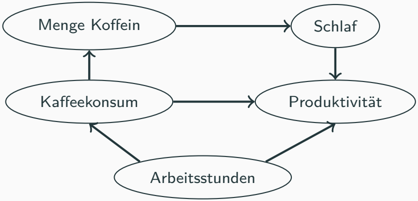
Wir können niemals dasselbe Objekt für jeden möglichen Wert von X beobachten.

Wie lässt sich $\mathbf{P(Y = y \mid do(X = x))}$ berechnen?

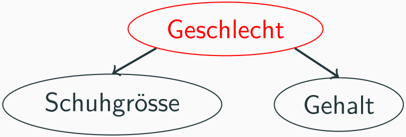
- Es wird versucht $P(Y = y \mid do(X = x))$ in Form einer bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(Y = y \mid X = x)$ auszudrücken.
- Hierfür werden Invarianzen im Bezug auf den Inventionsgraphen genützt.
- Wenn dies gelingt, dann konnten Störfaktoren durch Adjustierung erfolgreich entfernt werden.
- Wenn es keine Möglichkeit zur Adjustierung gibt, ist der kausale Effekt aus Beobachtungsdaten **nicht identifizierbar**.

Was gibt es für Adjustierungen?

- Parental Adjustment
- Backdoor Adjustment
- Frontdoor Adjustment
- ...



Schuhgrösse und Gehalt



Ohne Adjustierung

```
fit <- lm(salary ~ shoes)
summary(fit)
```

	Estimate	Pr(>|t|)
(Intercept)	-176.2567	0.0044
shoes	7.7012	0.0000

Mit Adjustierung

```
fit <- lm(salary ~ shoes + gender)
summary(fit)
```

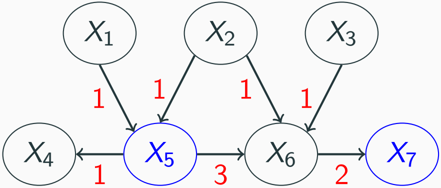
	Estimate	Pr(>|t|)
(Intercept)	159.5634	0.0433
shoes	-1.5890	0.4425
genderM	65.4461	0.0000

Adjustierung

In komplexeren Graphen gibt es meist mehrere Möglichkeiten der Adjustierung:

Beispiel

$$
\begin{aligned}
X_1 &\leftarrow E_1\\
X_2 &\leftarrow E_2\\
X_3 &\leftarrow E_3\\
X_4 &\leftarrow 1 \cdot X_5 + E_5\\
X_5 &\leftarrow 1 \cdot X_1 + 1 \cdot X_2 + E_5\\
X_6 &\leftarrow 1 \cdot X_2 + 1 \cdot X_3 + 3 \cdot X_5 + E_6\\
X_7 &\leftarrow 2 \cdot X_6 + E_7
\end{aligned}
$$

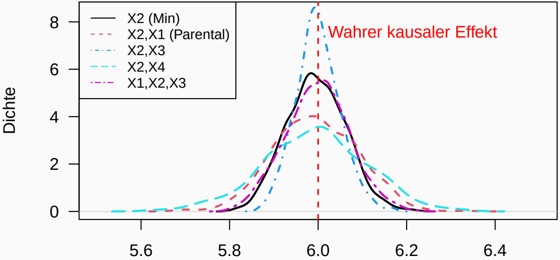


Totaler kausaler Effekt von X_5 auf X_7: $3 \cdot 2 = 6$.

Hier gibt es 8 mögliche Adjustierungssets:
$\{X_2\}$ (minimal), $\{X_2, X_1\}$ (parents), $\{X_2, X_3\}$, $\{X_2, X_4\}$, $\{X_2, X_1, X_3\}$, $\{X_2, X_1, X_4\}$, $\{X_2, X_3, X_4\}$, $\{X_2, X_1, X_3, X_4\}$

Welche Adjustierung sollte man benutzen?

Wir simulieren $N = 1000$ Datensätze und schätzen den kausalen Effekt mit den verschiedenen Adjustierungssets.



Es bestehen grosse Unterschiede in der Varianz.

Henckel et al. 2019

Das Adjustierungsset mit der kleinsten asymptotischen Varianz für den kausalen Effekt von X auf Y ist pa(cn(X,Y)) without forb(X,Y)

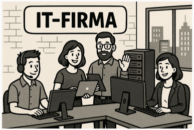
cn = alle kausalen Knoten

forb = alle Nachfahren kausaler Knoten inklusive X

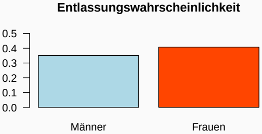
Beispiel: Kündigungen

In einem IT Unternehmen mit 378 Mitarbeitenden kam es zu einer Entlassungswelle.

Wurde mehrheitlich den Frauen gekündigt?

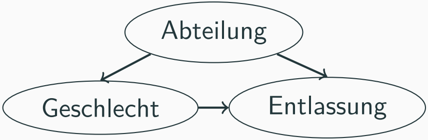


	Männer	Frauen
Entlassen	35.05% (68/194)	40.76% (75/184)
Bleibt	64.94% (126/194)	59.23% (109/184)



→ Frauen haben ein um 14% höheres Risiko, entlassen zu werden!

Schritt 1: Annahme eines kausalen Graphen



Abteilung als Störfaktor

Beispiel

Beispiel: Kündigungen

In einem IT Unternehmen mit 378 Mitarbeitenden kam es zu einer Entlassungswelle.

Wurde mehrheitlich den Frauen gekündigt?

Kausaler Effekt von Interesse:

P(Entlassen = ja | do(Sex = F)) - P(Entlassen = ja | do(Sex = M))

Schritt 2: Berechnung der Intervention mittels Adjustieren

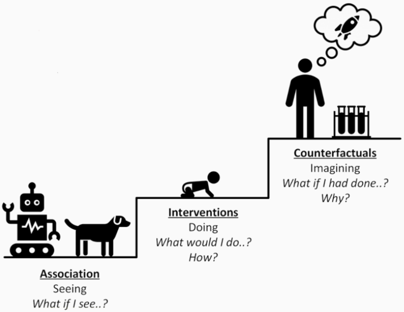
$$P(\text{Entlassen} = \text{ja} \mid do(\text{Sex} = \text{F})) = \sum_{d \in \text{Abt}} P(\text{Entlassen} = \text{ja} \mid \text{Sex} = \text{F}, \text{Abt} = \text{d}) \cdot P(\text{Abt} = \text{d})$$

$$P(\text{Entlassen} = \text{ja} \mid do(\text{Sex} = \text{M})) = \sum_{d \in \text{Abt}} P(\text{Entlassen} = \text{ja} \mid \text{Sex} = \text{M}, \text{Abt} = \text{d}) \cdot P(\text{Abt} = \text{d})$$

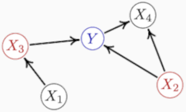
Schritt 3: Kausaler Effekt = 0.374 - 0.382 = -0.008

Ladder of Pearl

- *Association*:
  - Wie hoch ist die erwartete Lebensdauer einer Person, die sich vegetarisch ernährt?
  - Personen, die Aspirin einnehmen, haben tendenziell weniger Kopfschmerzen.



- *Intervention*:
  - Wie würde sich meine erwartete Lebensdauer verändern, wenn ich Vegetarier werde?
  - Wenn ich Aspirin nehme, wird mein Kopfschmerz gelindert?
- *Counterfactuals*:
  - Wäre mein Grossvater noch am Leben, wenn er Vegetarier gewesen wäre?
  - Wären meine Kopfschmerzen auch verschwunden, wenn ich das Aspirin nicht genommen hätte?



Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!

Fragen?